

## تخمین پارامترهای هیدرودینامیکی آبخوان محبوس و نشتی با تکنیک الگوریتم تبرید تدریجی



### چکیده :

روش های گرافیکی برای تشخیص پارامترهای آبخوان دارای محدودیت هایی هستند. این مقاله یک روش بهینه یابی بر اساس الگوریتم شبیه سازی تبرید تدریجی یا به اختصار SA (simulated annealing) برای تشخیص پارامترهای بهینه ی آبخوان برای سیستم سفره های محبوس و نشتی ارائه می دهد. نتایج برآورد شده نشان می دهد که روش پیشنهادی در بیشتر موارد دقت بیشتری نسبت به روش های گرافیکی دارد. بررسی ها نشان می دهد که روش پیشنهادی برای شناسایی پارامترهای آبخوان بسیار قدرتمند و پایدار است.

کلید واژه ها : بهینه سازی، الگوریتم تبرید تدریجی، پارامترهای هیدرودینامیکی، آزمون پمپاژ، آبخوان

### Abstract:

Graphical methods to determine aquifer parameters are limited. This paper presents a optimum computational method based on model reduction algorithm called simulated annealing SA to determine the optimal parameters for the aquifer system in confined and leaky aquifers. Estimated results show that the proposed approach is often more accurate than the graphical methods. Studies show that the proposed method for parameter identification is very strong and durable.

Keywords: Optimization, Simulated annealing, Hydrodynamic parameters, pumping test, aquifer.



### مقدمه :

بشر از دیرباز به ارزش آب به عنوان ماده ای حیات بخش و ارزشمند آگاهی داشته است. نیاز طبیعی بشر به آب، کمبود این مایع گرانبها، ارزش این ماده را صد چندان نموده و آن را در جایگاه والایی قرار داده است. آب زیرزمینی بعد از یخچال ها بزرگترین ذخیره آب شیرین زمین را تشکیل می دهد. بنابراین مدیریت صحیح منابع آب یک نیاز اساسی و ضروری محسوب می شود. مدیریت صحیح منابع آب زیرزمینی معمولاً بر اساس داده های مدل های مختلف اعمال می شود که صحت و دقت این مدل ها نیاز به برآوردی دقیق از پارامترهای هیدرودینامیکی سفره دارد.

تعیین پارامترهای هیدرودینامیکی سفره با استفاده از روش های مختلفی صورت می گیرد. یکی از این روش ها استفاده از داده های آزمون پمپاژ است. در روش انطباق منحنی، آنالیز داده های آزمون پمپاژ برای آبخوان محبوس، معمولاً به وسیله ی نمودار داده های افت-زمان و انطباق آن با منحنی تاپس انجام می شود و پارامترهای آبخوان، یعنی ضریب ذخیره (S) و قابلیت انتقال (T)، بر اساس خواندن مقادیر منطبق شده بر روی نمودار، محاسبه می شوند. تاپس راه حلی برای جریان آب زیرزمینی ناپایدار به سمت یک چاه

در آبخوان محبوس، از طریق مشابه سازی با مسأله ی انتقال حرارت ، پیشنهاد کرد( Neuman, 1935; Theis, 1972) .

برای سفره های نشتی از معادله ی هانتوش استفاده شده است . روش انطباق منحنی برای آبخوان نشتی معمولاً به وسیله ی نمودارهای افت-زمان و انطباق آن با منحنی Walton انجام می شود. در اکثر موارد روش انطباق منحنی ، تقریبی است و معمولاً یک انطباق خوب صورت نمی گیرد. علاوه بر این روش گرافیکی بسیار سنگین وقت گیر است.

پارامتر های آبخوان همچنین می توانند با روش های کامپیوتری به دست آیند که معمولاً با استفاده از حداقل مربعات، به وسیله ی گرفتن مشتق مجموع مربع اختلاف بین افت های مشاهداتی و پیش بینی شده، تعیین می شوند. مک ال وی (McElwee, 1980) یک تکنیک مناسب حداقل مربعات و آنالیز حساسیت داده های افت- زمان ، برای پارامترهای آبخوان پیشنهاد کرد. سلیم (Saleem, 1970) یک برنامه ی غیر خطی (NLP) برای مینیمم کردن مجموع مربع اختلاف بین افت های مشاهده ای و پیش بینی شده، پیشنهاد کرد. مسائل مدیریت آب زیرزمینی در طبیعت غیر خطی و غیر محدب هستند (Sun, 1994). از طرفی SA یک روش متعارف و خوب برای بهینه سازی مسائل غیر خطی و پیچیده ( دارای بینهایت نقاط مینیمم و ماکزیمم) می باشد. لذا اخیراً محققین زیادی از SA برای حل مسائل آب زیرزمینی استفاده کرده اند. از جمله تحقیقات انجام شده در زمینه ی کاربرد الگوریتم تبرید تدریجی در مسائل آب زیرزمینی می توان موارد زیر را ذکر کرد:

(2005) J.Q.GUO , L.Zheng یک روش الگوریتم تبرید تدریجی اصلاح شده را برای تخمین مقدار مواد محلول انتقالی در رودخانه ها از داده های آزمون ردیابی ارائه داد.

شینوکه و همکاران (Shinuke et al., 2000) با استفاده از الگوریتم تبرید تدریجی جریان سیال در سنگ های شکسته را شبیه سازی کردند.

ژنگ و وانگ (Zheng and wang, 1999) ساختار پارامتر ها را با استفاده از simulated annealing و Tabu search تشخیص دادند.

با انتخاب دمای اولیه ی مناسب ونحوه ی کاهش دما، SA می تواند نقطه ی مینیمم کلی و یا نزدیک ایتیمم را برای مسائل بهینه سازی غیرخطی به دست آورد. در این مقاله کارایی SA برای تخمین پارامترهای دو آبخوان تحت فشار از طریق داده های آزمون پمپاژ افت-زمان، سنجیده شده است.



## بحث :

۱-۲- مدل ریاضی آنالیز داده های آزمون پمپاژ در آبخوان محبوس برای محاسبه ی پارامترهای هیدرودینامیکی آبخوان های تحت فشار مدل های ریاضی مختلفی وجود دارد. معروف ترین آنها معادله ی تاپس (Theis, 1935) می باشد که به صورت زیر بیان می شود:

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} \quad (1)$$

$$u = \frac{r^2 \cdot S}{4Tt} \quad (2)$$

قسمت انتگرالی فرمول (۱) به عنوان تابع چاه یا  $w(u)$  شناخته می شود. بنابر این فرمول بالا را به صورت زیر می توان نوشت:

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} w(u) \quad (3)$$

$s$  مقدار افت اندازه گیری شده در پیژومتری در فاصله ی  $r$  از چاه پمپاژ و زمان  $t$ ،  $Q$  مقدار برداشت ثابت از چاه پمپاژ،  $T$  مقدار قابلیت انتقال سفره،  $w(u)$  تابع چاه،  $S$  ضریب ذخیره و  $t$  زمان سپری شده از شروع پمپاژ است. مقدار  $w(u)$  به ازای  $u$  های مختلف با استفاده از بسط سری تیلور (برای  $0 < u < 1$ ) و کوادراچر گوس-لاگر (برای  $u > 1$ ) محاسبه می شود (Tseng and Lee, 1998).

۲-۲- مدل ریاضی آنالیز داده های آزمون پمپاژ در آبخوان نشتی معادله ی ریاضی هانتوش برای تخمین پارامترهای هیدرودینامیکی آبخوان نشتی به کار برده می شود که به صورت زیر بیان می شود:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} w\left(u, \frac{r}{B}\right) \quad (4)$$

$$u = \frac{r^2 \cdot S}{4Tt} \quad (5)$$

$$\frac{r}{B} = \frac{r}{\sqrt{\frac{T}{\left(\frac{k'}{b'}\right)}}} \quad (6)$$

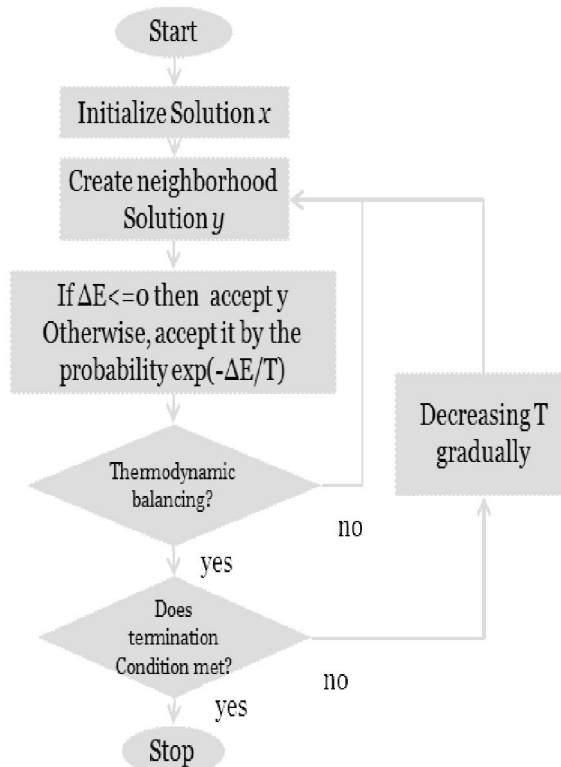
که  $s(r,t)$  مقدار افت اندازه گیری شده در پیرومتری در فاصله  $r$  از چاه پمپاژ و زمان  $t$ ،  $Q$  مقدار برداشت ثابت از چاه پمپاژ،  $T$  مقدار قابلیت انتقال سفره،  $w(u,r/B)$  تابع چاه هانتوش،  $S$  ضریب ذخیره و  $t$  زمان سپری شده از شروع پمپاژ است.  $k'$  و  $b'$  به ترتیب ضریب تراوایی و ضخامت لایه نشستی است.

### ۲-۲- الگوریتم تبرید تدریجی (SA)

الگوریتم شبیه سازی تبرید تدریجی (SA) (یا به اختصار الگوریتم باز پخت) در اوائل دهه ۱۹۸۰ و توسط کریک پاتریک و همکارانش معرفی شد. کریک پاتریک و همکارانش، متخصصانی در زمینه فیزیک آماری بودند. آنها برای حل مسائل سخت بهینه سازی، روشی مبتنی بر تکنیک تبرید تدریجی پیشنهاد نمودند. این روش، فرآیند باز پخت مواد را شبیه سازی میکند. طی فرآیند باز پخت، یک ماده تا دمایی بیشتر از دمای ذوبش گرم میشود و سپس به تدریج، دمای آن پایین آورده میشود. نحوه کاهش دما بسیار کند و در حدی است که ماده در تعادل ترمودینامیکی است. به عبارت دیگر، دمای جسم آن قدر ثابت می ماند که بهترین ساختار بلوری با کمترین انرژی در آن دما تشکیل می شود. اجسامی که ساختار بلوریشان، در انرژی های بالاتری شکل گرفته باشد، شکننده تر نیز هستند. اما برعکس، اگر ساختار بلوری جسمی، در انرژی های کم تر تشکیل شده باشد، از مقاومت های فیزیکی بسیار بیشتری برخوردار خواهد بود. در الگوریتم باز پخت، جواب های پیشنهادی برای مسأله، در دمای بالاتر قرار دارند و غالباً جواب های مناسبی نیستند. این نامناسب بودن را میتوان به شکنندگی تشبیه کرد. سپس متغیری که نقش دما را بر عهده دارد، به مرور زمان کاهش داده می شود، تا به این ترتیب جواب های بهتری در دماهای پایین تشکیل شوند. الگوریتم جواب های بعدی را با استفاده از جواب های فعلی به دست می آورد. در این الگوریتم، گرم کردن با اعمال تغییرات تصادفی بیشتر بر روی متغیرها مترادف است. در دماهای بالاتر متغیرها دارای تغییرات زیادی هستند و هر چه دما پایین تر می آید، دامنه تغییرات تصادفی متغیرها نیز، کمتر و کمتر میشود. همواره تغییراتی که منجر به بهتر شدن نتیجه شوند، پذیرفته میشوند. این روش برخلاف روش های جستجوی معمولی، در هر تکرار علاوه بر حرکت به سوی جواب بهتر، جواب های با مقدار تابع هدف بهتر را نیز با احتمال غیر صفری قبول می کند و تغییراتی که منجر به بدتر شدن نتیجه شوند، با احتمالی پذیرفته میشوند. این احتمال نیز با کمتر شدن دما کمتر میشود. افزایش در مقدار تابع هدف، به مقدار  $\Delta$ ، فقط هنگامی پذیرفته میشود که شرط  $e^{-\frac{\Delta}{T}} > r$  برقرار باشد که در آن  $T$  دما، و  $r$  یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه  $[0,1]$  است.  $T$  دمای سیستم که درجه تصادفی بودن حرکت به سوی جواب را تعیین می کند، مطابق با یک برنامه معین با پیشرفت روش حل، کاسته می شود. در واقع دمای سیستم مشخص کننده زیر فضای جواب مسأله است که در هر تکرار مورد قبول قرار می گیرد. در دمای بالا تقریباً تمام جواب های تولید شده صرف نظر از مقدار تابع هدف پذیرفته می شوند. با پیشرفت الگوریتم و کاهش دما، جواب های نامناسب شانسان کمتری برای پذیرفته شدن دارند. در واقع، در هر دما، احتمال پذیرفتن جواب با مقدار تابع هدف بیشتر، بستگی به اندازه افزایش  $\Delta f$  دارد.

### ۲-۴- نحوه ی عملکرد SA

الگوریتم تبرید تدریجی یا باز پخت در جستجوی یافتن شیاری است که بتواند در آن حرکت کند و جواب های بهتری را پیدا کند و در نهایت به بهترین جواب ممکن برسد. هر چقدر روند کاهش دما کند تر باشد، جواب هایی که الگوریتم پیدا می کند، دقیق تر خواهد بود. ثابت شده است که اگر فرآیند کاهش دما به حد کافی کند باشد، جواب بهینه حتماً پیدا خواهد شد. به عبارت دیگر هر چقدر فرآیند باز پخت گسترده تر باشد، احتمال آنکه الگوریتم به جواب بهینه ی سراسری برسد، به یک میل می کند. اما این نتیجه ی نظری و قضیه ای که در مورد آن به اثبات رسیده است، از نظر عملی کاربرد چندانی ندارد. زیرا زمانی که برای پدیده ی باز پخت مورد نیاز است، غالباً بیشتر از زمان لازم برای جستجوی کامل فضا است. در برخی موارد، بازگشتن به وضعیت های نسبتاً خوب پیشین، راه حل خوبی برای بهتر شدن نتیجه ی اجرای الگوریتم است. مراحل انجام الگوریتم تبرید تدریجی در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱- فلوچارت عمومی SA

## ۵-۲- پارامترهای SA :

نقطه شروع : یک جواب قابل قبول که معمولاً به صورت تصادفی ایجاد میشود . نقطه شروع بر سرعت همگرایی الگوریتم تا حدی موثر است. برای گسترش فضای جستجو و گریز از بهینه های محلی ، معمولاً الگوریتم از چندین نقطه شروع مختلف اجرا می شود . دمای اولیه (C0) : مقدار دمای اولیه تابع توزیع بولتزمن می باشد به گونه ای ساخته شده باشد تا مقدار تابع نزدیک به یک باشد. معمولاً در اکثر کاربردها مقادیر ۰.۸۵ - ۰.۹۵ مطلوب است. دمای اولیه باید به گونه ای تعیین گردد که احتمال قبول و رد جواب ها برای حالت  $\Delta f > 0$  در تکرار اول روش برابر باشد .

استراتژی تبرید سیستم، چگونگی کاهش دما را در حین تکرارهای روش تعیین می کند. مقادیر بسیار بزرگ C0 به همراه نرخ سرمایش آهسته موجب طولانی شدن مدت اجرا و گسترش فضای جستجو می شود. مقادیر بسیار کوچک C0 ممکن است موجب همگرایی زود هنگام شده الگوریتم در بهینه محلی متوقف شود . انتخاب پارامترهای عمومی به مساله بهینه سازی و موارد خاص مورد نظر بستگی دارد .

## ۶-۲- فرمول بندی تابع هدف

تابع هدف تابعی است که باید مینیمم شود. تابع خطا را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$E = s_o - s_p \quad (7)$$

اگر افت مشاهده شده را در پیرومتری به فاصله ی r از چاه پمپاژ و زمان t از شروع پمپاژ را با  $s_o$  نشان دهیم و  $s_p$  افت پیش بینی شده (محاسباتی) با استفاده از معادله ی تاپس در همان فاصله و زمان باشد، می توان مجموع خطای مربعات برای افت های مختلف در فاصله های زمانی مختلف (SSE) را محاسبه کرد:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (s_{o_i} - s_{p_i})^2 \quad (8)$$

$$f(x) = SSE \quad (9)$$

که n تعداد افت های مشاهداتی و  $f(x)$  تابع هدف است.

## ۷-۲- تحلیل نتایج در آبخوان محبوس

در این مقاله، پارامترهای هیدرودینامیکی (ضریب ذخیره و قابلیت انتقال) برای آبخوان، از داده های صحرائی آزمون پمپاژ افت-زمان، با استفاده از SA محاسبه گردید. این داده ها مربوط به دو چاه مشاهده ای  $w1$  ،  $w2$  (Todd and mays , 2005) (Raghunath, 1987) ، میباشد. (جدول ۱)

تصمیمات اختصاصی شامل این است که در هر تکرار روش SA بایستی تعداد زیادی جواب تولید شوند تا یک تعادل حرارتی در هر دما برقرار گردد . اگرچه SA ضمن سادگی ابزاری قوی برای حل مسائل بهینه سازی

ترکیباتی می باشد ولی دقت زیادی در انتخاب نحوه تولید موثر جواب ها، زمان بندی تبرید و کفایت تعداد جواب های تولید شده لازم است. با این وجود زمینه هایی نیز برای بهبود روش وجود دارد. همگرایی به یک راه حل بهینه در SA بعد از تعداد نامحدود تکرار ها به وسیله برنامه تبرید سازی کنترل می شود. پارامتر کنترل اصلی در برنامه تبرید سازی پارامتر دما T می باشد.

Q=2500 m3/day				Q=2270 m3/d			
W2				W1			
R=60 m				R=60 m			
t(min)	S(m)	t(min)	S(m)	t(min)	S(m)	t(min)	S(m)
۱	۰.۲۰	۳۴	۰.۷۲	۱	۰.۲۰۱	۶۰	۰.۸۷۹
۱.۵	۰.۲۷	۳۰	۰.۷۶	۲	۰.۳۰۲	۸۰	۰.۹۲۷
۲	۰.۳۰	۴۰	۰.۸۱	۳	۰.۳۶۹	۱۰۰	۰.۹۶۵
۲.۵	۰.۳۴	۵۰	۰.۸۵	۴	۰.۴۱۵	۱۲۰	۱
۳	۰.۳۷	۶۰	۰.۹۰	۶	۰.۴۸۵	۱۵۰	۱.۰۴۲
۴	۰.۴۱	۸۰	۰.۹۳	۸	۰.۵۳۴	۱۸۰	۱.۰۷
۵	۰.۴۵	۱۰۰	۰.۹۶	۱۰	۰.۵۶۷	۲۱۰	۱.۱
۶	۰.۴۸	۱۲۰	۱.۰۰	۱۴	۰.۶۳۵	۲۴۰	۱.۱۱۲
۸	۰.۵۳	۱۵۰	۱.۰۴	۱۸	۰.۶۷		
۱۰	۰.۵۷	۱۸۰	۱.۰۷	۲۴	۰.۷۲		
۱۲	۰.۶۰	۲۱۰	۱.۱۰	۳۰	۰.۷۶		
۱۴	۰.۶۳	۲۴۰	۱.۱۲	۴۰	۰.۸۰۸		
۱۸	۰.۶۷			۵۰	۰.۸۴۸		

جدول ۱- داده های افت-زمان دو مجموعه ی مورد نظر

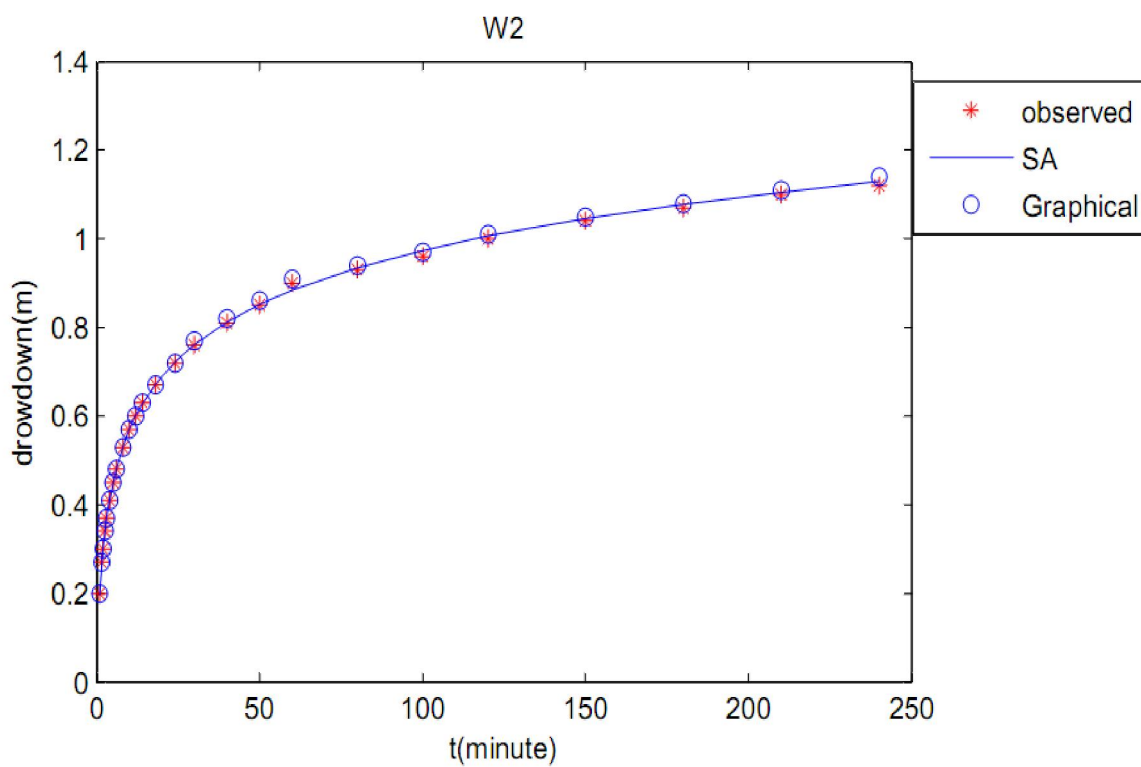
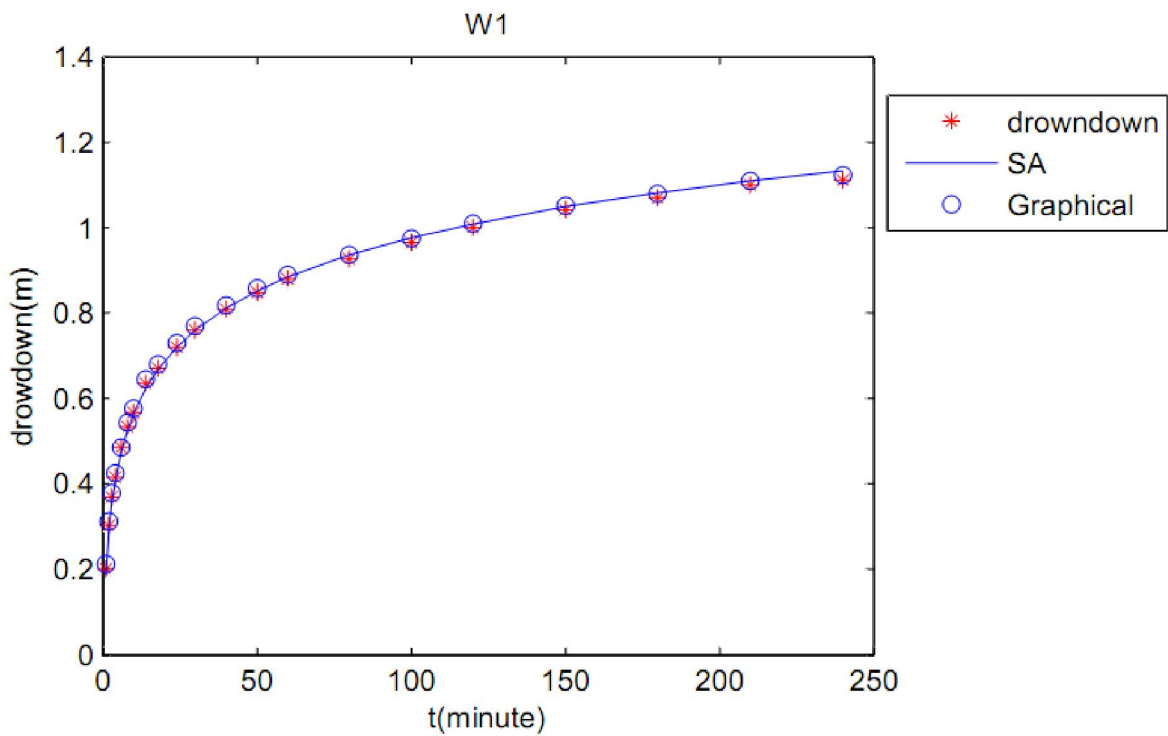
۸-۲- نحوه ی عملکرد SA در آبخوان محبوس  
 برای اینکه کارایی تکنیک SA مشخص شود، پارامترهای هیدرولیکی آبخوان محبوس از دو مجموعه داده های آزمایش پمپاژ افت-زمان، توسط نرم افزار Aquifer Test که بر مبنای روش گرافیکی می باشد، محاسبه شده است که مقادیر به دست آمده  $S, T, SSE, R^2$  در جدول ۲ آمده است.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (x_i - y_i)^2}{\sum (x_i - \frac{\sum x_i}{n})^2} \quad (10)$$

که  $x_i$  داده های مشاهداتی و  $y_i$  داده های محاسباتی می باشند.  
 در شکل (۲) منحنی افت-زمان صحرائی و منحنی های حاصل از پارامتر های تخمین زده شده با تکنیک SA و روش گرافیکی برای دو مجموعه داده های W2 و W1، با هم مقایسه شده اند. با توجه به نمودارها، منحنی افت-زمان مربوط به SA نسبت به روش گرافیکی تطابق بیشتری با منحنی افت-زمان مشاهداتی دارد و دارای  $R^2$  بهتری هستند. داده های این مقاله تیبیک و برگرفته از کتب مرجع می باشند، به همین دلیل دارای ضریب همبستگی بالایی برای هر دو روش گرافیکی و SA هستند.

داده	روش	T m2/day	S	SSE	R2
W1	گرافیکی	۱.۰۴	۰.۰۰۱۰۶	۰.۰۰۰۸۷۲	۰.۹۹۹
	SA	۰.۷۴۴	۰.۰۰۰۲۴	۰.۰۰۲۰۵	۰.۹۹۹
W2	گرافیکی	۰.۷۷۰	۰.۰۰۰۲۰۶	۰.۰۰۱۰	۰.۹۹۹
	SA	۰.۷۹۱	۰.۰۰۰۱۸۹	۰.۰۰۰۷۱۶	۰.۹۹۹

جدول ۲- مقادیر محاسباتی T,S,SSE,R2



شکل ۲- نمودار افت- زمان مجموعه داده های w1 و w2 حاصل از روش گرافیکی و SA در آبخوان محبوس

۹-۲- تحلیل نتایج در آبخوان نشتی

در این بخش، پارامترهای هیدرولیکی (ضریب ذخیره و قابلیت انتقال) برای آبخوان نشتی، از داده های صحرائی آزمون پمپاژ افت-زمان، با استفاده از SA محاسبه گردید. این داده ها مربوط به چاه مشاهده ای است که از کتاب (Todd and mays, 2005) برگرفته شده است (جدول ۳).

Q=600 ft <sup>3</sup> /min; r=40 ft; c=72000 min.			
t(min)	S(ft)	t(min)	S(ft)
۲	۵.۶۵	۸۰	۱۲.۰۲
۴	۶.۹۶	۹۰	۱۲.۲۶
۶	۷.۷۲	۱۰۰	۱۲.۲۳
۸	۸	۱۱۰	۱۲.۳۷
۱۰	۸.۷۱	۱۲۰	۱۲.۴۱
۱۵	۹.۴۷	۱۵۰	۱۲.۶۹
۲۰	۹.۹۹	۱۸۰	۱۲.۸۵
۲۵	۱۰.۳۵	۲۱۰	۱۲.۰۹
۳۰	۱۰.۷۰	۲۴۰	۱۲.۱۳
۴۰	۱۱.۱۴	۲۷۰	۱۲.۲۵
۵۰	۱۱.۴۶	۳۰۰	۱۲.۳۳
۶۰	۱۱.۶۲	۳۶۰	۱۲.۳۷
۷۰	۱۱.۸۶	۴۲۰	۱۲.۴۱

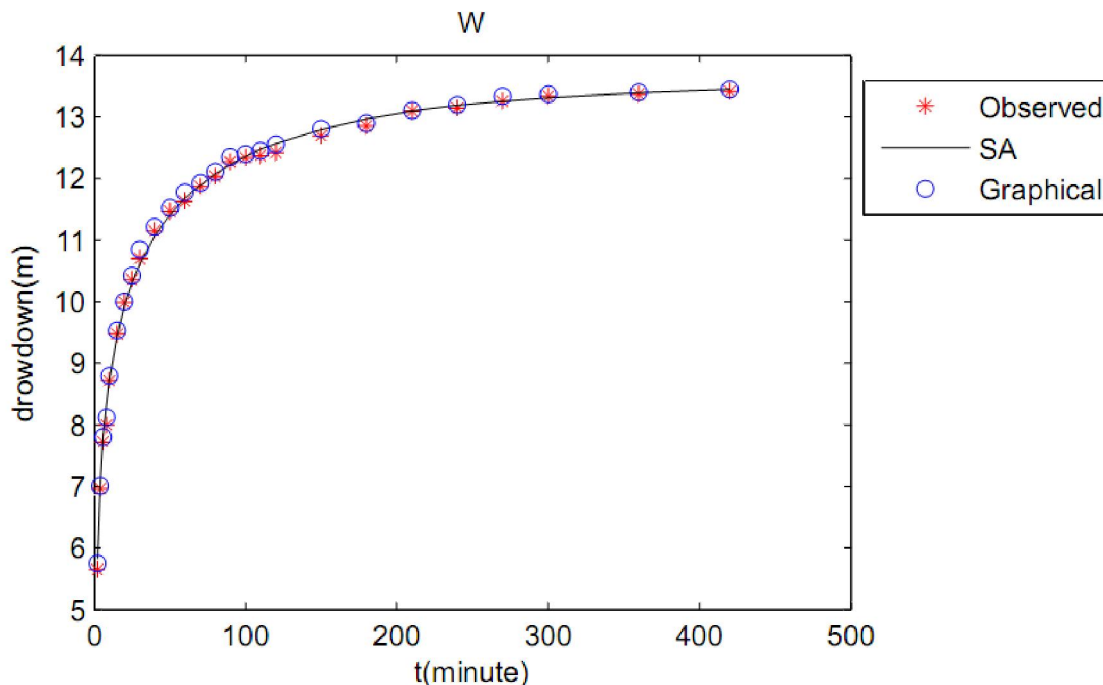
جدول ۳- داده های افت-زمان مجموعه ی مورد نظر

۱۰-۲- کنترل عملکرد SA در آبخوان نشتی  
 برای اینکه کارایی تکنیک SA مشخص شود، پارامترهای هیدرولیکی آبخوان نشتی از داده های آزمایش پمپاژ افت-زمان، توسط نرم افزار Aquifer Test که بر مبنای روش گرافیکی می باشد، محاسبه شده است که مقادیر به دست آمده S, T, SSE در جدول ۴ آمده است.  
 در شکل (3) منحنی افت-زمان صحرائی و منحنی های حاصل از پارامترهای تخمین زده شده با تکنیک SA و روش گرافیکی برای چاه W، با هم مقایسه شده اند. با توجه به نمودارها، منحنی افت-زمان مربوط به SA نسبت به روش گرافیکی تطابق بیشتری با منحنی افت-زمان مشاهداتی دارد. داده های این مقاله تیپیک و برگرفته از کتب مرجع می باشند، به همین دلیل دارای ضریب همبستگی بالایی برای هر دو روش گرافیکی و SA هستند.



داده	روش	T ft <sup>2</sup> /min	S	SSE
W	گرافیکی	۲۴.۷۳	۰.۰۰۳۶	۰.۴۵۲
	SA	۲۵.۶۵	۰.۰۰۲۲	۰.۲۱۱

جدول ۴- مقادیر محاسباتی T,S,SSE



شکل ۲- نمودار افت- زمان مجموعه داده های چاه W حاصل از روش گرافیکی و SA در آبخوان نشتی



### نتیجه گیری :

در این مقاله یک روش بر مبنای SA با معادلات افت ترکیب شده است تا پارامترهای آبخوان را در سیستم تحت فشار و نشتی شناسایی کند. در صورتی که فرضیات مدل تاپس و هانتوش برقرار باشد، راه حل تاپس و هانتوش ترکیب شده با SA می تواند به صورت بهینه T و S آبخوان را تعیین کند. نتایج نشان می دهد که روش حاضر می تواند پارامترهای آبخوان را با دقت بسیار بالا تعیین کند. نتایج مشخص شده و خطای پیش بینی مربوطه، نشان می دهد که روش پیشنهادی مربوطه نسبت به روش گرافیکی دقیق تر است. این آنالیز نشان می دهد که روش به کار گرفته شده قوی و قابل قبول است.

کیفیت جواب SA به میزان زیادی بستگی به تعداد جواب هایی دارد که در هر دما مورد بررسی قرار می گیرند. مقدار دمای اولیه تابع توزیع بولتزمن می باشد که به گونه ای ساخته شده باشد تا مقدار تابع نزدیک به یک باشد. بنابراین مقدار این پارامتر هم بستگی به ابعاد مساله دارد و با چندبار اجرای آزمایشی روش برای مقادیر مختلف تعیین می شود.



## References:

Yen-Chen Huang, Hund-Der Yeh ,Yu Chung Lin, A computer method based on simulated annealing to identify aquifer parameters using pumping-test data , *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* (2008), 32:235–249.

Dafflon, J. Irving, K. Holliger, Institute of Geophysics, Simulated-annealing-based conditional simulation for the local-scale characterization of heterogeneous aquifers, *Journal of Applied Geophysics* , Volume 68, Issue 1, May( 2009), Pages 60–70

Moins, Stephane, Implementation of a Simulated Annealing algorithm for Matlab, Linköpings universitet, Institutionen för systemteknik, LITH-ISY-3339-2002

Shinsuke Nakao, Julie Najita, Hydraulic well testing inversion for modeling fluid flow in fractured rocks using simulated annealing: a case study at Raymond field site, California, *Journal of Applied Geophysics* 45( 2000) 203–223

Xunhong chen, Jerry F.Ayers, Utilization of the hantush solution for the simultaneous determination of aquifer parameters, *Ground water*, September(1997),pages 751-756

Chin-Hwa Kuo, Anthony N. Michel, William G. Gray, Design of optimal pump-and-treat strategies for contaminated groundwater remediation using the simulated annealing algorithm, *Advances in Water Resources* , (1992), 95–105

Cooper Jr HH, Jacob CE. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history. *Transactions, American Geophysical Union* 1946; 27(IV):526–534.

McElwee CD. , Theis parameter evaluation from pump tests by sensitivity analysis. *Ground Water* (1980); 18:56–60.

Saleem ZA. A computer method for pumping test analysis. *Ground Water* (1970); 13:21–24

Zheng, P. Wang, Parameter structure identification using tabu search and simulated annealing *Advances in Water Resources* , (1996), 215–224