

توسعه الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی بهبود یافته در طراحی سامانه خلبان خودکار بهینه برای نگهداری یک مسیر مشخص

پورناکدوست، سید حسین^{۱*}، رضایی، محسن^۲، کریمی، جلال^۱، شجاعی قندشتنی، کامبیز^۳

۱- دانشگاه صنعتی شریف، قطب سامانه های هوافضایی

۲- دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

۳- آزمایشگاه نانوسامانه، دانشکده برق و کامپیوتر دانشگاه تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۶/۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۰۵/۱۷)

چکیده

در این تحقیق ابتدا بر اساس معادلات غیرخطی درگیر و شش درجه آزادی حاکم بر حرکت یک هواپیما، روابط ناوبری و معادلات حاکم برای یک هواپیمای مشخص در فضای حالت، تولید شده است. متعاقباً با استفاده از فرمول‌بندی کنترل بهینه در الگوی رگولاتور خطی و به کارگیری ایده افق زمانی پیش‌رو، دستورهای کنترلی بهینه، که در این فرمول‌بندی، نیرو و گشتاورهای آیرودینامیکی و موتور هستند برای بازه‌های زمانی مورد نظر افق به منظور کنترل حرکت پرنده بر روی یک الگوی مشخص و از پیش تعریف شده تولید شده است. از آنجایی که طبیعتاً برای ایجاد این نیرو و گشتاورهای بهینه باید از سازوکارهای موجود در یک هواپیما استفاده نمود، از یک روش ابداعی، میزان انحراف سطوح کنترلی و نیروی پیش‌ران موتورها با استفاده از کنترل میزان مصرف سوخت به صورتی تعیین می‌شود که نیرو و گشتاورهای مطلوب در روش ترکیبی رگولاتور خطی و افق پیش‌رو ایجاد گردد. در این راستا با بهره‌گیری از الگوریتم هوشمند شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری (MSSA) کاربردی جدید از این موتور جستجوی هوشمند در مسئله عملی کنترل یک هواپیما برای اولین بار مطرح شده است که با در نظر گرفتن خصوصیات ویژه مسئله و قابلیت‌های حالت خمیری الگوریتم‌های پایه شبیه‌سازی حرارتی، می‌توان سرعت این الگوریتم‌های به ظاهر کند را حتی تا رسیدن به یک کنترل برخط و زمان حقیقی بالا برد. در این ایده به کمک روش دینامیک معکوس و حل یک دستگاه معادلات جبری در یک حلقه، فرامین کنترلی بهینه در بازه‌های زمانی متوالی تولید و با اعمال این فرامین به معادلات غیرخطی سامانه، حالت بعدی سامانه تولید می‌گردد. این حلقه مجدداً برای بازه زمانی بعدی تکرار می‌گردد، به صورتی که هواپیما قادر خواهد بود مسیر مطلوب را دنبال کند. این کنترلر حلقه بسته دارای مقاومت خوبی در مقابل اغتشاشات بوده و قابل اعمال به یک سامانه غیرخطی است.

واژه‌های کلیدی: تنظیم کننده خطی درجه دو، افق زمانی پیش‌رو، کنترل بهینه، غیرخطی، شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری، دینامیک معکوس

مقدمه

پرنده‌ها مسیر از پیش تعیین شده‌ای را دنبال کنند [۳-۵]. همچنین انجام عملیات برخاست و نشست خودکار در شرایط جوی نامساعد نمونه‌هایی از این دست است [۶]. به همین دلیل کنترل دقیق موقعیت و مسیر پرواز در فضای سه بعدی دارای اهمیت ویژه‌ای است.

دو رویکرد متفاوت برای طراحی سامانه تعقیب‌کننده مسیر وجود دارد. برای یک مسیر مرجع تعیین‌شده، بعضی، مسئله هدایت را از طراحی کنترلر جدا می‌کنند و بعضی به طور هم‌زمان به این دو مسئله می‌پردازند [۷، ۸]. عملکرد سامانه ردیاب مسیر با ترکیب مسئله هدایت و کنترل و حل آنها به‌طور هم‌زمان می‌تواند بهبود یابد [۱، ۶، ۹]. در تحقیق جاری

در کاربری سامانه‌های هوافضایی، شرایطی وجود دارد که در آنها وسایل پرنده باید یک مسیر از پیش تعیین شده‌ای را در فضای سه بعدی دنبال کنند. برای نمونه، سامانه کمک‌کننده فرود^۱ برای هواپیماهای موسوم با بال‌های ثابت، نیازمند یک کنترل دقیق بر روی خطای مکانی پرنده نسبت به مسیر تعیین شده است، در حالی که سرعت خود را نیز باید در محدوده مقدار از پیش تعریف شده حفظ کند [۱، ۲]. با پیشرفت در فناوری‌های الکترونیکی و سامانه‌های ناوبری دقیق، از پرنده‌های بدون سرنشین یا پهپادهای^۲ تمام خودکار یا نیمه‌خودکار در مأموریت‌های متعدد استفاده می‌شود. اغلب لازم است که این

معادلات شش درجه آزادی غیرخطی و درگیر حالت حاکم بر یک هواپیما مشخص، بیان شده است [۳۰، ۳۱]. از طرفی سامانه حاکم بر هدایت و کنترل یک هواپیما چندمتغیره است. چنین ویژگی‌هایی موجب پیچیده‌تر شدن مسئله کنترلی می‌گردد. در این مطالعه نه تنها موقعیت هواپیما به صورت یک مسیر مطلوب قابل پیگرد بوده، بلکه می‌توان وظایفی از قبیل پیروی از یک الگوی خاص سرعت یا وضعیت جهت‌گیری و حتی سرعت‌های دورانی را در پاکت پروازی پرنده برای سامانه تعریف نمود و دستورهای لازم برای تولید الگوهای مطلوب را از آن انتظار داشت.

در این مطالعه با استفاده از ایده افق زمانی پیش‌رو^۳ افق زمانی مسئله به تدریج پیشروی کرده و در هر مرحله معادلات حول حالت جاری خطی‌سازی شده است. سپس با کمک روش کنترل بهینه رگولاتور خطی^۴ و ایده افق زمانی پیش‌رو، نیرو و گشتاورهای کنترلی مناسب برای حرکت هواپیما در مسیر مطلوب برای بازه زمانی مورد نظر تولید می‌گردند. در مرحله بعد لازم است با استفاده از ساز و کار کنترلی موجود و قابلیت‌های هواپیما، نیرو و گشتاورهای لازم برای دنبال کردن مسیر مطلوب تولید گردند. به بیان دیگر، هواپیما باید با استفاده از نیرو و گشتاورهای آیرودینامیکی و موتور خود، و با گرفتن دستورهای کنترلی مقتضی یعنی، میزان انحراف در سطوح کنترلی و میزان مصرف سوخت که توسط دسته‌گاز^۵ تنظیم می‌شود، این نیرو و گشتاورها را تولید و مسیر مطلوب را طی کند.

برای به‌دست آوردن دستورهای کنترلی نیاز به استفاده از الگوریتم جدیدی می‌باشد. با داشتن نیروهای مطلوب برای کنترل هواپیما در حکم یک جرم نقطه‌ای و با استفاده از سه معادله نیرو می‌توان سه مجهول زاویه حمله α ، زاویه باد جانبی β و میزان پیش‌رانه مطلوب را برای کنترل هواپیما به‌دست آورد. با استفاده از α و β و داشتن سرعت هواپیما در دستگاه باد می‌توان مؤلفه‌های سرعت مطلوب را در دستگاه بدنی تولید نمود. بنابراین مؤلفه‌های سرعت در دستگاه بدنی که متناظر با نیروهای کنترلی مطلوب هستند، محاسبه می‌شوند. برای تولید مؤلفه‌های سرعت مذکور و ثابت ماندن سرعت برآیند لازم است جهت‌گیری پرنده به گونه‌ای باشد که تصویر بردار برآیند سرعت بر محورهای دستگاه بدنی برابر با مقادیر مطلوب به‌دست آمده باشد. حل دستگاه معادلات مثلثاتی حاکم، برای دستیابی به

زوایای اویلر متناظر با جهت‌گیری مناسب با استفاده از روش شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری^۶ [۲۲] صورت گرفته است. با به‌کارگیری این روش، جهت‌گیری دلخواه هواپیما که با استفاده از زوایای اویلر بیان شده، به‌دست می‌آید.

در این مرحله جهت‌گیری مناسب برای تولید نیروهای مطلوب برای کنترل هواپیما موجود است، اما ممکن است که زوایای اویلر کنونی هواپیما با زوایای مطلوب دارای اختلاف باشد. برای رسیدن به زوایای مورد نظر، فرامین کنترلی باید بتوانند گشتاورهای مورد نیاز هواپیما را برای دستیابی به این زوایا تولید کنند. در اینجا با استفاده از روش دینامیک معکوس، سرعت‌های دورانی مورد نیاز محاسبه شده و با استفاده از این سرعت‌ها و به‌کارگیری مجدد روش دینامیک معکوس، گشتاورهای مورد نیاز به‌دست می‌آیند. در نهایت بر اساس معادلات گشتاورها، میزان انحراف سطوح کنترلی محاسبه می‌گردد.

با اعمال این فرامین کنترلی به مدل غیرخطی هواپیما، پاسخ سامانه دریافت شده و متغیرهای حالت جدید آن حاصل می‌گردند. با بازخورد این حالت جدید به الگوریتم افق زمانی پیش‌رو، مسئله را برای بازه زمانی جدید به‌طور مجدد حل کرده و این فرآیند در یک حلقه تا رسیدن پرنده به مقصد در حالی که مسیر مطلوب را دنبال می‌کند ادامه خواهد یافت. با در نظر گرفتن خصوصیات حاکم بر مسئله و اعمال آن بر الگوریتم کاشف حتی می‌توان به افزایش سرعت حل مسئله تا رسیدن به دستورهای کنترلی به صورت برخط^۷ امیدوار بود که این امر توسط نویسندگان در حال بررسی است.

محدوده مجاز برای ورودی‌های کنترلی در زمان اجرا باید در نظر گرفته شود. به‌طور کلی، حل مسائل کنترل بهینه با فعالیت‌های کنترلی محدود با استفاده از اصل پونتریاگن^۸ انجام می‌گردد [۱۰].

در نهایت در این مقاله، کاربردی عملی از یک الگوریتم نوین جستجو با ایجاد تغییراتی متناسب با خصوصیات ذاتی مسئله برای افزایش قابل توجه سرعت حل بیان شده، همچنین رویکردی نو با استفاده از ترکیبی از روش‌های متعدد برای کنترل و پیروی از یک الگوی مطلوب پروازی برای یک هواپیما ارائه گردیده است.

۱- در زمان i و در حالت فعلی x_i مسئله با در نظر گرفتن قیدهای فعلی و آینده برای بازه زمانی ثابت آینده توسط رویکرد کنترل بهینه حل می‌شود؛ مثلاً در بازه $[i, i+n]$.

۲- به‌کارگیری صرفاً گام اول در نتیجه دنباله کنترل بهینه

۳- اندازه‌گیری حالت به‌دست آمده در زمان $i+1$

۴- تکرار کردن حل بهینه‌سازی برای افق زمانی ثابت در زمان $i+1$ و در بازه $[i+1, i+n]$ و آغاز از حالت فعلی x_{i+1} .

در صورتی که مدل‌سازی دقیق باشد، در غیاب اغتشاشات و عدم قطعیت، متغیر حالت اندازه‌گیری‌شده در مرحله ۳ برابر آن چیزی خواهد بود که مدل‌سازی پیش‌گویی کرده است. به عبارتی در اینجا از یک مشاهده‌گر استفاده شده است. با این حال استفاده کردن از حالت اندازه‌گیری‌شده به جای حالت پیش‌بینی شده قابلیت اطمینان بالاتری را ایجاد می‌کند.

افق زمانی پیش‌رو از مزایای زیادی نظیر محاسبه برخط دستورهای کنترلی، عملکرد مطلوب در ردیابی، کنترل عدم قطعیت‌ها، حل سیستم‌های غیرخطی وابسته به زمان و غیره [۱۴-۱۹] برخوردار است. به علاوه، فرامین کنترل‌کننده افق زمانی پیش‌رو بر اساس متغیرهای حالت جاری تولید می‌شود. این موضوع موجب می‌شود که افق زمانی پیش‌رو یک کنترل‌کننده حلقه بسته باشد [۱۷].

معادلات و چگونگی بهینه‌سازی

نخست برای تولید معادلات فضای حالت هواپیما نیاز به تعریف متغیرهای حالت متناسب با هدف مسئله داریم. از این رو برای هواپیمای مورد نظر ۱۲ متغیر حالت تعریف کرده و در نتیجه ۱۲ معادله حالت متناظر نشان داده شده است.

از آنجایی که قصد داریم هواپیما را در مجاورت سطح زمین هدایت و کنترل کنیم تصور می‌شود نوشتن معادلات حالت سامانه در دستگاه ناوبری NED دارای ارجحیت بوده و منجر به سادگی بیشتری خواهد شد. بنابراین دوازده متغیر حالت یا به عبارتی بردار حالت سامانه مورد نظر را به صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$\bar{X}^T = [V_N \quad V_E \quad V_D \quad L \quad \lambda \quad h \quad P \quad Q \quad R \quad \varphi \quad \theta \quad \psi] \quad (3)$$

که در آن $V_N, V_E, V_D, L, \lambda, h$ به ترتیب مقادیر سرعت به سمت شمال، شرق و پایین در دستگاه ناوبری، عرض و طول جغرافیایی و ارتفاع هواپیما از سطح میانگین دریاهای آزاد

کنترل رگولاسیون بهینه خطی درجه دو و الگوریتم افق زمانی پیش‌رو

الف) روش رگولاسیون بهینه خطی

روش کنترل رگولاسیون بهینه خطی درجه دو یکی از مسائل معروف و پایه‌ای در تئوری کنترل بهینه است. چندین دهه محققان بسیاری تلاش کرده‌اند تا اصول کنترل رگولاسیون خطی را تدوین کنند [۱۱-۱۳]. در روش رگولاسیون خطی درجه دو با تعریف یک معیار عملکرد استاندارد، تابع هزینه‌ای تولید می‌شود که در رابطه (۱) و (۲) قابل مشاهده است. سیاست کنترل بهینه در جهتی اتخاذ می‌شود که بتواند این تابع را کمینه کند. این تابع هزینه به صورت پیوسته و گسسته قابل تعریف است:

$$J = \frac{1}{2} x^T(t_f) H x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} [x^T(t) Q(t) x(t) + u^T] \quad (1)$$

$$J = \frac{1}{2} x^T(N) H x(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [x^T(k) Q(k) x(k) + u^T] \quad (2)$$

در این روابط H, Q و R ماتریس‌های وزنی هستند که مقادیر آنها بستگی به اهمیت نسبی کنترل حالت‌های سامانه دارد.

ب) الگوریتم افق زمانی پیش‌رو

مفهوم اصلی افق زمانی پیش‌رو برای مسائل رگولاسیون به طور خلاصه عبارت است از حل کردن یک مسئله بهینه‌سازی برای یک افق زمانی محدود در آینده و تولید یک سیاست کنترلی برای تغییر در حالت فعلی سامانه که در آن صرفاً دستور کنترلی متناظر با افق محدود پیش‌بینی شده از سامانه انتخاب و اعمال می‌گردد. این فرایند در هر بازه زمانی تکرار خواهد شد؛ به‌صورتی که در هر تکرار افق زمانی به سمت جلو می‌لغزد.

بهینه‌سازی با افق زمانی ثابت^{۱۱} موجب ایجاد یک دنباله کنترلی $\{u_i, \dots, u_{i+N-1}\}$ می‌شود که در زمان فعلی i آغاز و در زمان آینده $i+n$ به پایان می‌رسد. در این روش گاهی ممکن است وضعیت‌های غیرقابل انتظاری برای سامانه در بازه زمانی آینده $[i, i+N-1]$ به‌وجود آیند که توسط مدل ریاضی غیرقابل پیش‌بینی باشند. این امر موجب می‌شود که سری سیاست کنترلی تولید شده $\{u_i, \dots, u_{i+N-1}\}$ ناکارا گردد.

این مشکل با ایده افق زمانی پیش‌رو قابل حل است. همان‌طور که در بالا اشاره شد در این ایده:

که در آن:

$$\begin{aligned} r_L &= r_0 \times (1 - 2f \cos(2L)) \\ r_\lambda &= r_0 (1 + 2f \sin^2(L)) \\ r_0 &= r_E (1 - f \sin^2(L_c)) \\ L_c &= \tan^{-1}[\tan(L)(1 - f)^2] \end{aligned} \quad (7)$$

با مشتق‌گیری از سه متغیر حالت سرعت‌های دورانی حول محورهای دستگاه مختصات بدنی هواپیما، شتاب‌های دورانی وسیله را به دست می‌آوریم. روابط (۸) بیان‌کننده مؤلفه‌های اسکالر معادله اندازه حرکت زاویه‌ای است که مشتقات این متغیرهای حالت را شامل می‌شود؛ لیکن این مشتقات به صورت صریح نبوده و به طور نامنظم در سه معادله وجود دارد:

$$\begin{aligned} \dot{P} - I_{xz} \dot{R} - I_{xz} PQ + (I_{zz} - I_{yy})RQ &= L_A + L_T \\ \dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz})PR + I_{xz}(P^2 - R^2) &= M_A + M_T \\ \dot{R} - I_{xz} \dot{P} + (I_{yy} - I_{xx})PQ + I_{xz}QR &= N_A + N_T \end{aligned} \quad (8)$$

برای به دست آوردن معادلات این شتاب‌ها به صورت صریح و استفاده از آنها در حکم معادلات حالت، فرآیند ریاضی زیر را بر روی آنها انجام خواهیم داد. معادلات (۸) را به فرم ضرب ماتریسی می‌توان طبق رابطه زیر بیان نمود:

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^* \\ Q^* \\ R^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_A + L_T + I_{xz}PQ + (I_{yy} - I_{zz})QR \\ M_A + M_T + (I_{zz} - I_{xx})PR + I_{xz}(R^2 - P^2) \\ N_A + N_T + (I_{xx} - I_{yy})PQ - I_{xz}QR \end{bmatrix} \quad (9)$$

کافی است معکوس ماتریس گشتاورهای اینرسی که در طرف چپ معادله و از سمت چپ در بردار شتاب‌های دورانی ضرب شده است را به دست آوریم:

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \begin{bmatrix} I_{zz} & 0 & I_{xz} \\ 0 & I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2 & 0 \\ I_{xz} & 0 & I_{xx} \end{bmatrix} \quad (10)$$

می‌باشند. P, Q, R سرعت‌های دورانی حول محورهای دستگاه مختصات بدنی هواپیما و φ, θ و ψ همان زوایای اولیه هستند.

اکنون برای تولید معادلات حالت باید از بردار بالا (۳) مشتق گرفته و معادله متناظر با مشتق هر کدام از متغیرهای حالت را به دست آوریم. با مشتق‌گیری از V_D, V_E, V_N شتاب‌های وسیله یا همان نیروی مشخصه را در سه جهت شمال و شرق جغرافیایی و پایین به دست می‌آوریم. روابط (۴) بیان‌کننده معادلات اندازه حرکت خطی و ارتباط بین مجموع نیروهای اعمال شده به هواپیما با شتاب‌های آن در دستگاه بدنی هستند.

$$\begin{aligned} m(\dot{U} - VR + WQ) &= mg_x + F_{Ax} + F_{Tx} \\ m(\dot{V} + UR - WP) &= mg_y + F_{Ay} + F_{Ty} \\ m(\dot{W} - UQ + VP) &= mg_z + F_{Az} + F_{Tz} \end{aligned} \quad (4)$$

این معادلات به صورت معادلات ناوبری قابل طرح است و با استفاده از ماتریس‌های دوران می‌توان آنها را در دستگاه‌های مختلف بیان کرد. همان طور که بیان شد مطلوب است که این معادلات در دستگاه ناوبری جغرافیایی محلی به دست آورده شود. این معادلات با فرض شکل بیضی‌گون برای زمین به صورت روابط (۵) بیان می‌گردد [۳۰]:

$$\begin{aligned} \dot{V}_N &= F_N + g_N + V_D \times \frac{V_N}{r_L + h} \\ &\quad - V_E \times \sin(L) \times \left[\frac{V_E}{(r_\lambda + h) \times \cos(L)} + 2 \times \omega_{ie} \right] \\ \dot{V}_E &= F_E - g_E + \left[\frac{V_E}{(r_\lambda + h) \times \cos(L)} + 2 \times \omega_{ie} \right] \\ &\quad \times (V_N \times \sin(L) + V_D \times \cos(L)) \\ \dot{V}_D &= F_D + g_D - \frac{V_N^2}{r_L + h} \\ &\quad - V_E \times \cos(L) \times \left[\frac{V_E}{(r_\lambda + h) \times \cos(L)} + 2 \times \omega_{ie} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

مشتقات L, λ و h را با فرض شکل بیضی‌گون برای زمین به فرم زیر داریم:

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \frac{V_N}{r_L + h} \\ \dot{\lambda} &= \frac{V_E}{(r_\lambda + h) \times \cos(L)} \\ \dot{h} &= -V_D \end{aligned} \quad (6)$$

$$(J_x)_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (14)$$

با اعمال روند خطی‌سازی بالا به معادلات غیرخطی سیستم، حول نقطه کار (x_0, u_0) و با تعریف:

$$x(t) = x_0(t) + \Delta x(t) \quad (15)$$

$$u(t) = u_0(t) + \Delta u(t) \quad (16)$$

که در آن Δx و Δu به ترتیب انحرافات کوچک حول نقطه کار را می‌دهند، داریم:

$$\dot{x}_0(t) + \Delta \dot{x}(t) = f(x_0, u_0, t) + J_x(x_0, u_0, t)\Delta x(t) + J_u(x_0, u_0, t)\Delta u(t) + HOT \quad (17)$$

لذا با صرف نظر کردن از عبارات غیرخطی مرتبه بالاتر، به دست می‌آوریم:

$$\Delta \dot{x}(t) = A(t)\Delta x(t) + B(t)\Delta u(t) \quad (18)$$

که در آن:

$$A(t) = J_x(x_0, u_0, t), B(t) = J_u(x_0, u_0, t) \quad (19)$$

در هر حلقه برای محاسبه سری کنترلی از روش رگولاسیون خطی، ما به یک سامانه خطی نیاز داریم که این سامانه در هر حلقه تغییرناپذیر با زمان است. بنابراین بازنویسی معادله (۱۸)، معادلات حالت و خروجی خطی‌سازی شده سامانه را حول نقطه کار به صورت زیر به دست می‌دهند [۲۰].

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (20)$$

برای خطی‌سازی معادلات غیرخطی نیاز به نقاط کاری داریم تا معادلات را حول آنها خطی کنیم. در حالی که در این مسئله صرفاً حالت ابتدایی و نهایی سامانه برای ما روشن است. بنابراین ما نیاز به راهکاری داریم تا بتوانیم نقاط کار را تولید و معادلات را حول آنها خطی کنیم. روشی که برای تشخیص نقاط کار در این تحقیق به کار گرفته شده این است که با گسسته‌سازی معادلات و خطی‌سازی آنها حول شرایط اولیه، سری دستوره‌های کنترلی را بر اساس روش رگولاتور خطی به دست می‌آوریم. برای استفاده از این روش نیاز است که تابع

اکنون با ضرب این ماتریس معکوس از سمت چپ در دو طرف رابطه، (۹) معادله حاکم بر شتاب‌های دورانی را به طور صریح به دست می‌آوریم. این سه معادله، سه معادله دیگر از معادلات حالت ما را تأمین می‌کند:

$$p = \frac{I_{zz} \times l + I_{xz} \times (n) + I_{xz} \times (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) \times p \times q + [I_{zz} \times (I_{yy} - I_{zz}) - I_{xz}^2] \times q \times r}{I_{xx} \times I_{zz} - I_{xz}^2}$$

$$q = \frac{1}{I_{yy}} \times [m + (I_{zz} - I_{xx}) \times p \times r + I_{xz} \times (r^2 - p^2)]$$

$$r = \frac{I_{xz} \times l + I_{xx} \times (n) + [I_{xx} \times (I_{xx} - I_{yy}) + I_{xz}^2] \times p \times q - I_{xz} \times (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) \times q \times r}{I_{xx} \times I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (11)$$

سه متغیر حالت نهایی انتخاب شده برای تولید معادلات حالت عبارت‌اند از φ ، θ و ψ که همان زوایای اویلر هستند. روابط حاکم بر مشتقات این سه متغیر به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{\varphi} = P + Q \sin \varphi \tan \theta + R \cos \varphi \tan \theta$$

$$\dot{\theta} = Q \cos \varphi - R \sin \varphi \quad (12)$$

$$\dot{\psi} = (Q \sin \varphi + R \cos \varphi) \sec \theta$$

دوازده معادله دینامیکی بیان شده در روابط (۵)، (۶)، (۱۱) و (۱۲) غیرخطی و درگیر هستند. غالباً دینامیک حاکم بر اکثر فرآیندهای صنعتی و سامانه‌های واقعی غیرخطی است، لیکن تحلیل و طراحی سامانه‌های کنترل برای حالت غیرخطی بسیار دشوار و پیاده‌سازی کنترل‌کننده‌های غیرخطی در بسیاری از موارد عملی و کاربردی امری غیرضروری است. در واقع، در عمل نشان داده شده است که سامانه‌های کنترل خطی، رده بسیار وسیعی از سامانه‌های واقعی و فرآیندهای پیچیده صنعتی را به خوبی کنترل می‌نمایند. از این رو، به دست آوردن مدل‌های دقیق خطی از سیستم‌های غیرخطی به لحاظ مهندسی بسیار مهم و اجتناب‌ناپذیر است. با در نظر گرفتن تابع کلی $f(x)$ به عنوان یک تابع برداری با چندین متغیر مانند x_1, x_2, \dots, x_n این تابع به صورت:

$$\bar{f}^T(\bar{x}) = [f_1(x) \quad f_2(x) \quad \dots \quad f_n(x)] \quad (13)$$

و $\bar{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T$ خواهد بود. ماتریس $\frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{x}}$ ماتریس جاکوبین^{۱۵} نامیده و به صورت J_x نشان داده می‌شود. (i, j) امین عنصر ماتریس J_x عبارت است از:

در نتیجه $P(2)$ به دست خواهد آمد. این روند ادامه خواهد یافت تا نهایتاً سیاست کنترلی ابتدایی تولید شود. از آنجایی که سامانه ما به صورت تکه به تکه خطی سازی می شود و با توجه به رویکرد افق پیش رو، برای ما صرفاً سیاست کنترلی ابتدایی اهمیت خواهد داشت تا از حالت فعلی به حالت بعدی، سامانه را تغییر داده و حول حالت جدید، سامانه را خطی سازی نماییم. بنابراین بر مبنای ایده افق زمانی پیش رو برای حالت جاری سامانه، دستور کنترلی متناظر با حالت فعلی از بین سری کنترلی ایجاد شده، انتخاب و اعمال می گردد. با اعمال این دستور کنترلی به سامانه غیرخطی حالت جدید حاصل می شود که از این حالت می توان در حکم نقطه کار بعدی استفاده کرد. یک حلقه در برنامه این کار را تا رسیدن به شرایط نهایی صفر ادامه داده و می تواند سیاست کنترلی یعنی شش نیرو و گشتاور مطلوب برای اجرای الگوی از پیش تعریف شده را در طول مسیر به صورت برخط به کاربر بدهد.

محاسبه دستورهای کنترلی

اکنون در هر لحظه نیرو و گشتاورهای لازم برای اعمال به هواپیما برای پیروی از الگوی مطلوب مشخص هستند؛ اما نکته مهم این است که این نیرو و گشتاورها چگونه و با چه مکانیزمی باید تولید گردند. اعمال نیرو و گشتاورها در هواپیما با استفاده از دو ابزار کلی که شامل آیرو دینامیک و موتور است صورت می گیرد. با استفاده از معادلات و ضرایب بی بعد آیرو دینامیکی یک هواپیما می توان نیرو و گشتاور تولید شده توسط حرکت سطوح کنترلی را به دست آورد. این کار با استفاده از معادلات حاکم موجود برای موتور در مورد نیرو و گشتاورهای تولید شده توسط موتور نیز امکان پذیر است. اما موضوع مورد بحث در این مطالعه معکوس این عمل است؛ یعنی با داشتن مقادیر نیرو و گشتاور میزان انحراف سطوح کنترلی و میزان مصرف سوخت و یا محل قرارگیری دسته گاز محاسبه خواهند شد. متأسفانه تناظر یک به یکی مابین این داده ها وجود ندارد و نمی توان به راحتی معکوس این رابطه را به دست آورد؛ چرا که ترکیب های مختلفی از انحراف سطوح کنترلی می تواند موجب تولید نیرو و گشتاورهای مطلوب گردند. به عبارتی حل این معادلات به صورت معکوس امکان پذیر نخواهد بود، زیرا تعداد مجهولات ما با تعداد معادلات انطباق ندارد و از طرفی توابع دورهای و پاسخها منحصر به فرد نخواهند بود. از آنجایی که مقادیر نیرو و

هزینه مسئله را به صورت تابع درجه دو در آوریم. با توجه به رویکرد گسسته، تابع هزینه را به صورت رابطه (۲) تعریف می کنیم که در آن H و $Q(k)$ ماتریس های حقیقی، متقارن، مثبت و نیمه معین^{۱۶} با ابعاد $n \times n$ هستند. ماتریس $R(k)$ حقیقی، متقارن، مثبت و معین با ابعاد $m \times m$ است. n و m به ترتیب برابر با تعداد متغیرهای حالت سامانه و تعداد متغیرهای کنترلی یعنی سه نیرو و سه گشتاور هستند. N یک عدد صحیح و مثبت است که بیان کننده تعداد افراز کل بازه زمانی بوده و می تواند توسط کاربر در ابتدای برنامه تعیین گردد.

برای تابع هزینه بالا سیاست کنترلی بهینه و هزینه کمینه بین مرحله $N-K$ تا N از رابطه (۲۱) عبارت است از [۲۱]:

$$\begin{aligned} u^*(N-K) &= -[R(N-K) + B^T(N-K)P(K-1)B(N-K)]^{-1} \\ &\times B^T(N-K)P(K-1)A(N-K)X(N-K) \\ &= F(N-K)X(N-K) \end{aligned} \quad (21)$$

و هزینه کمینه بین مرحله $N-K$ تا N به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} J_{N-K,N}^*(X(N-K)) &= \frac{1}{2} X^T(N-K) \{ [A(N-K) + B(N-K)F(N-K)]^T \\ &\times P(K-1) [A(N-K) + B(N-K)F(N-K)] \\ &+ F^T(N-K)R(N-K)F(N-K) \\ &+ Q(N-K) \} X(N-K) \\ &= \frac{1}{2} X^T(N-K)P(K)X(N-K) \end{aligned} \quad (22)$$

که ماتریس P از رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} P(K) &= [A(N-K) + B(N-K)F(N-K)]^T P(K-1) \\ &\times [A(N-K) + B(N-K)F(N-K)] \\ &+ F^T(N-K)R(N-K)F(N-K) + Q(N-K) \end{aligned} \quad (23)$$

که در آن $P(0) = H$ است و با استفاده از $P(0)$ ، طبق رابطه (۲۳) $F(N-1)$ قابل محاسبه است. با ضرب $F(N-1)$ و $X(N-1)$ سیاست کنترلی بهینه $U^*(N-1)$ یعنی سیاست کنترلی که حالت ماقبل آخر را به حالت نهایی می برد به دست می آید. بنابراین همان طور که مشاهده می شود ابتدا آخرین سیاست کنترلی قابل محاسبه است. با استفاده از $F(N-1)$ و معادله (۲۴)، مقدار $P(1)$ قابل استحصال و متعاقباً $F(N-2)$ و

هستند. بنابراین در اینجا سعی شده است که وضعیت جهت‌گیری هواپیما به صورتی تغییر یابد که مقادیر α و β مطلوب در اثر این جهت‌گیری حاصل گردد. برای این کار لازم است سرعت‌های بدنی مطلوب متناظر با α و β مناسب محاسبه شود. برای این کار از ماتریس دوران دستگاه باد به دستگاه بدنی استفاده خواهد شد. سرعت‌های بدنی مطلوب برای تولید α و β مناسب محاسبه شده‌اند. حال لازم است تا جهت‌گیری مناسب هواپیما در راستای تولید این سرعت‌ها محاسبه شوند. برای این کار با استفاده از ماتریس دوران دستگاه ناوبری به دستگاه بدنی، دستگاه معادلات (۲۵) شامل سه معادله برحسب زوایای اوایلر، سه مؤلفه سرعت بدنی و سه مؤلفه سرعت در دستگاه ناوبری به‌دست آمده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \cos(\theta) \cos(\psi) V_N - \cos(\theta) \sin(\psi) V_E + \sin(\theta) V_D \\ v = [\sin(\varphi) \sin(\theta) \cos(\psi) - \cos(\varphi) \sin(\psi)] V_N \\ \quad - [\sin(\varphi) \sin(\theta) \sin(\psi) + \cos(\varphi) \cos(\psi)] V_E \\ \quad - \sin(\varphi) \cos(\theta) V_D \\ w = [\cos(\varphi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\varphi) \sin(\psi)] V_N \\ \quad - [\cos(\varphi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\varphi) \cos(\psi)] V_E \\ \quad - \cos(\varphi) \cos(\theta) V_D \end{array} \right. \quad (25)$$

از آنجاکه می‌باید برآیند سرعت هواپیما ثابت مانده و α و β مناسب صرفاً با جهت‌گیری مطلوب تولید گردند، سه مؤلفه سرعت در دستگاه ناوبری تغییر نکرده و معلوم هستند. با توجه به معلوم بودن سه مؤلفه سرعت بدنی از معادلات (۲۵)، سه معادله و سه مجهول که زوایای اوایلر هستند به‌دست می‌آیند. نکته قابل توجه آن است که این دستگاه معادلات مثلثاتی بوده و حل آن چندان ساده نخواهد بود. از طرفی به دلیل دوره‌ای بودن توابع مثلثاتی، این دستگاه می‌تواند فاقد پاسخ منحصر به فرد باشد. برای حل این دستگاه از الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری استفاده شده است.

شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری

از آنجایی که حل دستگاه معادلات مثلثاتی با استفاده از روش‌های مرسوم و کلاسیک کار دشوار و غالباً غیرممکنی است و برای به‌دست آوردن وضعیت و جهت‌گیری مناسب هواپیما در

گشتاور مطلوب در دستگاه ناوبری به‌دست آمده است، لازم است که این مقادیر در دستگاه پایداری محاسبه شوند. برای این کار با استفاده از زوایای α و β فعلی هواپیما، ماتریس دوران دستگاه بدنی به دستگاه پایداری تولید می‌شود و با ضرب آن در مقادیر به‌دست آمده از الگوریتم افق زمانی پیش‌رو، آنها را در دستگاه پایداری به‌دست می‌آوریم. این نیروها در دستگاه بدنی بر حسب نیروهای پیش‌ران، برآ و پسا به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} F_x(\alpha, \delta e, \delta T) &= T(\alpha, \delta T) \cos \alpha - D(\alpha, \delta e) \\ F_y(\beta, \delta a, \delta r) &= C_y(\beta, \delta a, \delta r) \bar{q} S \\ F_z(\alpha, \delta e, \delta T) &= -(T(\alpha, \delta T) \sin \alpha + L(\alpha, \delta e)) \\ l(\beta, \delta a, \delta r) &= C_l(\beta, \delta a, \delta r) \bar{q} S b \\ m(\alpha, \delta e, \delta T) &= C_m(\alpha, \delta e, \delta T) \bar{q} S \bar{c} \\ n(\beta, \delta a, \delta r) &= C_n(\beta, \delta a, \delta r) \bar{q} S b \end{aligned} \quad (24)$$

روابط آیرودینامیکی و ضرایب بی‌بعد مرتبط با نیرو و گشتاور وارد بر هواپیما شش معادله جبری (۲۴) با مجهولات $\delta r, \delta a, \delta T, \alpha$ و β را تشکیل می‌دهند. گفتنی است که α و β ای که در بالا برای تولید ماتریس دوران استفاده شد، و β فعلی هواپیما و α به‌دست آمده از این شش معادله و شش مجهول α و β مطلوب برای تولید نیرو و گشتاورهای مطلوب به‌دست آمده از الگوریتم افق پیش‌رو می‌باشند. در الگوریتم افق زمانی پیش‌رو، نیرو و گشتاورها به طور مستقل از یکدیگر به‌دست آمده‌اند؛ در حالی که در پرنده‌ای مانند هواپیما با وجود المان‌های آیرودینامیکی همچون بال، نیروها به‌طور مستقیم تحت اثر جهت‌گیری هواپیما نسبت به جریان هوا به‌دست می‌آیند و این جهت‌گیری نیز با استفاده از گشتاورها قابل کنترل خواهد بود؛ بنابراین نمی‌توان نیرو و گشتاورها را به طور مستقل از یکدیگر محاسبه نمود. اگرچه چنین فرضی در مورد موشک‌ها به خصوص موشک‌های پرتابی که بیشتر مسیر خود را خارج از جو غلیظ و بدون حضور اثرات آیرودینامیکی طی می‌کنند با اعمال تمهیداتی قابل اجراست.

در اینجا از مقادیر به‌دست آمده از دستگاه معادلات بالا برای $\delta r, \delta e$ و δa صرف‌نظر می‌کنیم؛ چرا که این مقادیر در صورتی نیرو و گشتاورهای مطلوب را به ما می‌دهد که α و β نیز در شرایط فعلی، منطبق بر مقادیر به‌دست آمده از دستگاه معادلات بالا باشد؛ حال آنکه α و β دارای مقادیر دیگری

راستای تولید نیروهای مطلوب نیاز به حل چنین دستگاہی است، برای حل این دستگاہ معادلات از الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری استفاده شده است. در این مسئله نیاز است در هر بازه زمانی و در یک حلقه به طور پی در پی این دستگاہ معادلات حل شود. بنابراین باید سعی شود سرعت حل تا حد امکان بالا رود. از طرفی چون پاسخ چنین دستگاہ‌های معادلاتی به علت دوره‌ای بودن این توابع ممکن است منحصر به فرد نباشد، با استفاده از جهت‌گیری کنونی هواپیما یا به عبارتی زوایای اوپلر آن، در هر مرحله از حل دستگاہ معادلات این مقادیر در حکم حالت و انرژی اولیه ورودی به الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری لحاظ خواهند شد. در الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری با انتخاب حالت و انرژی اولیه در محدوده انرژی حالت خمیری علاوه بر محدود کردن دامنه جستجو در فضای جستجوی حالت‌های ورودی، دمای اولیه الگوریتم را نیز به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاهش خواهیم داد و در نتیجه سرعت حل بالا رفته و پاسخی در نزدیکی پاسخ قبلی به دست می‌آید. در صورت عدم استفاده از این روش ممکن است پاسخ‌های تولید شده در هر حلقه با پاسخ به دست آمده در حلقه قبل فاصله زیادی داشته باشد. این‌گونه پاسخ‌ها بدین معنی است که هواپیما در یک بازه زمانی کوتاه باید وضعیت جهت‌گیری خود را برای تولید نیروهای مناسب به شدت تغییر دهد که این امر در عمل امکان‌پذیر نیست و بعضاً موجب از دست رفتن پایداری آن می‌شود.

در این بخش به معرفی الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری به منظور جستجوی هوشمند خواهیم پرداخت که به منظور افزایش سرعت همگرایی نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی برای اولین بار در مسائل پیوسته مورد استفاده قرار گرفته است.

شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری، الگوریتم تکامل یافته شبیه‌سازی حرارتی است که از رویکردهای مونت‌کارلو^{۱۷} برای بهینه‌سازی توابع چند متغیره می‌باشد. همان‌طور که از نام‌گذاری این الگوریتم بر می‌آید، این روش الگویی برگرفته از فرآیند سرد شدن فلز مذاب در نزدیکی نقطه انجماد می‌باشد که به حالت خمیری در آلیاژهای فلزی مشهور است [۲۲]. در این فرآیند جستجو، دستیابی به ساختار کریستالی فلز با مینیمم انرژی ممکن، مورد نظر است که برای کاهش زمان جستجو، شروع الگوریتم با در نظر گرفتن تمهیداتی برای تحقق

حالت خمیری به گونه‌ای انتخاب می‌شود که فرآیند جستجو با سرعت بالاتری انجام شود. در یک فرایند تبرید، فلز تا دمای ذوب گرم خواهد شد و سپس به آرامی سرد می‌شود. این کاهش دما به گونه‌ای است که تقریباً سامانه در تعادل ترمودینامیکی قرار خواهد داشت. در حین فرآیند کاهش تدریجی دما، سامانه منظم‌تر شده و به سمت حالت پایدار با انرژی مینیمم خواهد رفت [۲۳] و [۲۴].

تمهید اصلی متروپلیس [۲۳] در تعیین دما و انرژی حالت اولیه سامانه ترمودینامیکی این است که اگر تغییرات انرژی منفی باشد ساختار جدید (حالت و انرژی) پذیرفته خواهد شد؛ اما اگر تغییرات مثبت باشد این پذیرش منوط به تابع احتمال بولتزمن با معادله $\exp(-\Delta E/kT)$ خواهد بود که در آن k ثابت بولتزمن با مقدار مثبت است و اگر احتمال فوق بیشتر از یک عدد تصادفی تولید شده باشد تغییرات مثبت پذیرش خواهد شد [۲۵]. کل فرآیند تا زمانی تکرار خواهد شد که انرژی مینیمم شده و سامانه به حالت پایدار برسد. الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی اقتباسی است از پروسه کاهش تدریجی دمای فلز مذاب که با معیار پذیرش متروپلیس انطباق داده شده است [۲۴]. الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی با پارامترهای زمان‌بندی تبرید^{۱۸} کنترل می‌شود، این الگوریتم می‌تواند به پاسخ تقریباً بهینه‌ای در زمانی غیرنمایی دست یابد. شبیه‌سازی حرارتی، روشی تصادفی است که برای حل مسائل گسسته ترکیبی^{۱۹} و غیرخطی پیچیده^{۲۰} مناسب است. مهم‌ترین قسمت الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی تعیین برنامه زمان‌بندی می‌باشد که در چهار مرحله زیر خلاصه می‌شود.

الف. تعیین دمای اولیه

ب. تعیین دمای نهایی یا دمای انجام

ج. تعیین روند کاهش دما

د. تعیین طول زنجیره مارکوف

در مقالات مختلف بهینه‌سازی، مفاهیم پایه برنامه زمان‌بندی به طور کمی تعیین شده است و از نظم خاصی پیروی نمی‌کند. در حقیقت به منظور تنظیم الگوریتم برای دستیابی به سرعت و دقت بالا در هر زمینه مورد مطالعه، محققین ترجیح داده‌اند با تغییر و تعریف مفاهیم فوق، الگوریتم خود را نسبت به موضوع مورد مطالعه بهینه کنند. در فرایند شبیه‌سازی حرارتی، دما پارامتر کنترلی الگوریتم بوده و نشان‌دهنده حالت مسئله در مراحل شبیه‌سازی فرایند تبرید

که در طول یک زنجیره مارکوف مقدار مینیمم و ماکزیمم پذیرش شده برابر شود را دمای نهایی یا حالت همگرایی الگوریتم می‌دانیم که با توجه به نحوه عملکرد آن در مقاله [۲۸] نشان داده شده است که از عملکردی دقیق‌تر برای تعیین شرایط همگرایی برخوردار است.

ج) روند کاهش دما

روند کاهش دما در الگوریتم‌های مختلف متفاوت بوده و این امر به نوع توابع و میزان رفتار غیرخطی آن و نیز چگونگی تغییرات توابع بستگی داشته و محققین مختلف بر اساس میزان دقت و سرعت مورد نظر برای دستیابی به پاسخ مینیمم یا پاسخی نزدیک به مینیمم این روند کاهش دما و نیز طول زنجیره مارکوف را طراحی می‌کنند. در سال ۱۹۸۹ آقای E. Aarts در مقاله [۲۹] اثبات همگرایی الگوریتم SA را در صورت کاهش دما بر اساس الگوی زیر بیان کرد:

$$T_{k+1} = T_0 / (1 + \log(k)) \quad (26)$$

که در آن T_0 دمای اولیه و k تکرار حلقه بیرونی الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی بوده که در آن دما تغییر می‌یابد. اما به منظور دسترسی به روندی سریع‌تر در بسیاری از مقالات از روند کاهش خطی دما به شکل $T_{k+1} = \alpha * T_k$ که α در آن مقداری بین صفر و یک بوده و یا کاهش دما بر اساس روند کاهشی $T_{k+1} = T_k / (1 + \log(k))$ می‌باشد استفاده شده است. هر یک از این الگوهای کاهش دما می‌تواند برای کاربردی خاص رفتاری بهینه نشان دهند. به همین منظور برای دستیابی به بهترین دقت در کمترین زمان ما در این الگوریتم به دلیل استفاده از حافظه، که در بخش بعد به تفصیل اهمیت و نقش آن را در نحوه و چگونگی همگرایی الگوریتم توضیح خواهیم داد، روند کاهش دما را در دمای میانی اندکی نسبت به روند متعارف کندتر در نظر گرفته ولی در کنار آن دمای اولیه را کاهش می‌دهیم. این امر زمان همگرایی را نه تنها افزایش نداده بلکه به خاطر کاهش چشم‌گیر دمای اولیه و شروع الگوریتم از شرایطی معادل حالت خمیری کاهش نیز می‌دهد. لذا روند کاهش دما را در الگوریتم بهینه‌سازی به صورت زیر در نظر خواهیم گرفت:

$$T_{k+1} = T_k / (1 + \log(k^{0.5})) \quad (27)$$

خواهد بود. در حقیقت دمای بالا نشان‌دهنده امکان وقوع تغییرات زیاد در تابع هزینه است و جابه‌جایی در فضای جستجو با گام‌های بلند یا حرکت روی شیب مثبت تابع هدف در دماهای بالا امکان‌پذیر خواهد بود. در الگوریتم حالت خمیری به کمک الگوریتم‌های ساده یا پاسخ‌های تقریبی، شرایط آغازین مسئله را به گونه‌ای تعریف خواهیم کرد که حالت مسئله معادل قرار گرفتن در دمایی نزدیک به دمای حالت خمیری باشد. در چنین حالتی، الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی، جستجوی نهایی را برای یافتن نتایجی نزدیک به بهینه انجام خواهد داد. پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی برای شبیه‌سازی حالت خمیری نیاز به بازتعریف خواهند داشت که در ادامه به تعریف آن خواهیم پرداخت.

الف) تعریف دمای اولیه

فرایند تبرید که از یک دمای بالا در حالتی شبیه به مایع شروع می‌شود، عملیاتی است زمان‌بر. در اینجا پیشنهاد آغاز انجماد از یک حالت با دمای پایین‌تر و انرژی داخلی کمتر را می‌دهیم. چنین حالتی را می‌توان حالت خمیری به جای حالت مایع نامید که در آن، نسبت حالت‌های پذیرش شده به کلیه حالت‌های مورد آزمایش در ابتدای الگوریتم کمتر از ۱۰٪ است. دمای حالت مذاب در بسیاری از مقالات، شرایطی است که بین ۷۰٪ تا ۹۷٪ [۲۶] - [۲۸] تعداد کل حالات پذیرش شوند. انتخاب چنین دمایی نشان‌دهنده قرار گرفتن در شرایطی نزدیک به انجماد خواهد بود که در صورت تعریف صحیح سطح انرژی اولیه در مسئله می‌تواند شبیه‌ساز حالت خمیری باشد.

ب) تعریف دمای نهایی

برای تعیین شرایط انجماد یا همان شرایط همگرایی در الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی روش‌های مختلفی ارائه شده است که از جمله می‌توان به مقاله آقای پائو [۲۶]، اشاره کرد که برای محاسبه شرایط همگرایی از تعریف مقداری برای دمای نهایی استفاده کرده است و با رسیدن دما به این مقدار الگوریتم متوقف خواهد شد. تامسون در مقاله خود [۲۷] دمای انجماد را مانند دمای اولیه از حل معادله پذیرش برای مقدار ۰/۰۱ محاسبه می‌کند. همچنین از معیارهای دیگری که در مقالات مختلف ارائه شده است می‌توان به مقاله [۲۸] اشاره کرد که دمای نهایی را به گونه‌ای تعریف کرده که احتمال پذیرش 10^{-10} شود. در الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری، شرایطی

د) طول زنجیره مارکوف

در این الگوریتم با کمک وجود حافظه و نیز الگوی کاهش دما طول زنجیره مارکوف را که در آن الگوریتم فرایند جستجو را در دمای ثابت تکرار می کند، معادل ۵۰۰ در نظر گرفته ایم.

ه) سطح انرژی اولیه

بنابراین برای قرار گرفتن در سطح انرژی اولیه مورد نیاز برای شبیه سازی حالت خمیری می توان از مقادیر زوایای اوپلر به دست آمده در مرحله قبل به عنوان ورودی به الگوریتم استفاده کرد و دمای اولیه و در نتیجه زمان محاسبه را کاهش داد. بدین صورت الگوریتم شبیه سازی حرارتی را به حالت خمیری تبدیل نموده ایم و زوایای اوپلر مرحله بعد را به دست می آوریم.

و) استفاده از حافظه دینامیک در الگوریتم شبیه سازی

حرارتی حالت خمیری

در این بررسی و به دلیل ازدیاد تعداد متغیرهای ورودی و نیز پیوستگی مسئله برای بهبود عملکرد الگوریتم شبیه سازی حرارتی حالت خمیری از مفهوم جدیدی در الگوریتم شبیه سازی حرارتی استفاده خواهیم کرد که از آن به حافظه دینامیک یاد خواهیم کرد.

می دانیم که قابلیت الگوریتم شبیه سازی حرارتی، در جستجوی هوشمند حرکت در جهت تغییرات گرادیانی مثبت است که از به دام افتادن الگوریتم جستجو در مینیمم های محلی جلوگیری خواهد کرد. در حقیقت قابلیت تپه نوردی و حرکت در جهت گرادیان مثبت در این الگوریتم بر اساس میزان تغییرات و دمای فرایند بوده و مهمترین عامل هم گرایی آن به مینیمم مطلق در مقایسه با دیگر روش ها است. این خاصیت نه تنها توانایی این الگوریتم را در جستجوی مقادیر بهینه بسیار بالا برده است، بلکه در صورت تلفیق با ایده حافظه دینامیک در فرایند شبیه سازی حرارتی حالت خمیری کارایی الگوریتم را در هم گرایی به مقدار بهینه بسیار بالا خواهد برد. در حقیقت با ایجاد حافظه ای در الگوریتم جستجو امکان حفظ بهترین یافته الگوریتم در طول فرایند فراهم شده و با اعمال دوباره آن تحت شرایط دمایی متفاوت امکان جستجوی دوباره بر پایه بهترین یافته را در دماهای نزدیک به انجماد فراهم خواهیم کرد. این عمل در حقیقت احتمال عبور از محدوده دمایی مناسب بدون هم گرایی به جواب بهینه را کاهش می دهد. افزایش بی رویه دما در الگوریتم شبیه سازی حرارتی حالت مذاب در حقیقت در

بسیاری از موارد به شکل چشم گیری زمان هم گرایی را افزایش داده و در دقت هم گرایی تأثیری ندارد. طول زنجیره مارکوف و روند کاهش دما در صورت تعریف نامناسب، علاوه بر افزایش زمان جستجو ممکن است منجر به دام افتادن در مینیمم محلی شود و یا با تعریف صحیح آن قابلیت عبور از مینیمم های محلی را برای الگوریتم تضمین کند. دمای انجماد نیز ممکن است با تعریف غلط از طرفی منجر به ابتر ماندن روند جستجو شده و یا با طولانی گرفتن آن اتمام روند جستجو را دیر و سرعت هم گرایی را کند نماید. بر اساس دلایل فوق در برنامه زمانی الگوریتم شبیه سازی حرارتی بین تعاریف مختلف عوامل این الگوریتم همبستگی وجود دارد که تعریف هر یک متاثر از تعریف دیگر عوامل خواهد بود. به همین منظور اعمال حافظه، این الگوریتم را در مقابل میزان تأثیرات عوامل برنامه زمانی بر هم اندکی مقاوم تر نموده و این تأثیرات را کاهش می دهد و در عین حال موجب افزایش سرعت هم گرایی در الگوریتم شبیه سازی حالت خمیری خواهد شد. در حقیقت بهترین جواب به دست آمده توسط الگوریتم را در یک بافر ذخیره کرده و هرگاه در طول زنجیره مارکوف به اندازه یک دهم طول زنجیره مارکوف شرط پذیرش متروپلیس محقق نشود بهترین پاسخ یافت شده به سامانه اعمال شده و الگوریتم به جستجوی خود ادامه خواهد داد. در ادامه مراحل مختلف الگوریتم شبیه سازی حرارتی حالت خمیری به صورت خلاصه بیان شده است.

۱- دریافت مقادیر اولیه برای حالت خمیری: مقادیر اولیه برای بردار متغیرهای ورودی (P_0) در سطح انرژی حالت خمیری، دمای اولیه برای حالت خمیری، دامنه ورودی ها، شعاع همسایگی برای متغیرهای ورودی، ضریب کاهش شعاع همسایگی، طول زنجیره مارکوف، $\text{Min}P = P_0$ ، $\text{Min}f = \infty$.

۲- محاسبه تابع هزینه برای بردار متغیرهای ورودی اولیه $f(P_0)$.

۳- تولید تصادفی بردار متغیر جدید بر اساس بردار متغیر قبلی و شعاع همسایگی فعلی (P_{k+1}).

۴- محاسبه تابع هزینه جدید برای بردار متغیر جدید $f(P_{k+1})$.

۵- بررسی شرط متروپلیس: اگر $f(P_{k+1}) < f(P_k)$ آنگاه بردار متغیر جدید پذیرفته خواهد شد.

۶- اگر $f(P_{k+1}) > f(P_k)$ آنگاه عددی تصادفی (r) و احتمال پذیرش $p(D(f)) = \exp(-D(f)/T)$ تولید و اگر $r < p$ آنگاه بردار متغیر جدید پذیرفته شده و مقدار شمارنده عدم پذیرش

α و β مطلوب به‌دست آمد. بنابراین تا این مرحله کلیه دستورهای کنترلی تولید شده‌اند. ممکن است این دستورها نتوانند در هر لحظه دقیقاً نیروهای خواسته شده توسط الگوریتم افق پیش‌رو را تولید کنند؛ اما با طراحی بهره‌های مناسب در روش دینامیک معکوس می‌توان آنها را تا حد مطلوبی به یکدیگر نزدیک نمود. علاوه بر این موضوع چون الگوریتم افق پیش‌رو در هر حلقه، مسئله بهینه را از ابتدا حل می‌نماید، این امر موجب مقاومت بالایی در مقابل عدم قطعیت‌های مختلف و اغتشاشات خارجی سامانه خواهد شد؛ بنابراین اگر در اثر اختلاف موجود بین نیرو و گشتاورهای تولیدی و خواسته شده توسط الگوریتم افق پیش‌رو در ابتدا حالت‌های مطلوب به طور کامل حاصل نشود، با گذشت زمان کافی به تدریج این مقادیر به سوی یکدیگر هم‌گرا خواهند شد.

اکنون حلقه بهینه‌سازی جدید، بر مبنای ایده افق پیش‌رو با استفاده از پاسخ مشاهده شده از مدل دینامیکی هواپیما، فرایند بهینه‌سازی را مجدداً انجام داده و معادلات را حول این شرایط جدید خطی‌سازی می‌کند. این فرایند موجب تولید یک کنترل بهینه حلقه بسته مقاوم در مقابل اغتشاشات برای یک سامانه غیرخطی و چندمتغیره می‌گردد.

۷- نتایج پیاده‌سازی

در این بخش الگوریتم پیشنهادی بر روی یک هواپیما با خصوصیات هندسی ارائه شده در جدول ۱ پیاده‌سازی و نتایج در ادامه ارائه شده است.

جدول ۱- خصوصیات هندسی هواپیما

جرم کل (M)	۱۶۳۷۷ kg
سطح بال (S)	۳۷.۱۴ m ²
میانگین وتر (C)	۳.۵۱ m
دهانه بال (b)	۱۱.۰۴ m
I_{xx}	۳۰۸۹۸ kg m ²
I_{yy}	۲۳۹۷۲۰ kg m ²
I_{zz}	۲۵۹۹۷۰ kg m ²
I_{xz}	-۳۱۲۵.۲ kg m ²

نمودارها بیان‌کننده تاریخچه تغییرات هشت حالت از حالت‌های دوازده‌گانه هواپیما شامل مؤلفه‌های سرعت هواپیما در سه جهت شمال، شرق و پایین تعریف شده در دستگاه جغرافیایی

متغیرها صفر خواهد شد و در غیر این صورت بردار متغیر جدید رد خواهد شد و به مقدار شمارنده عدم پذیرش متغیرها یک واحد افزوده خواهد شد.

۷- اگر $f(P_{k+1}) < Minf$ آنگاه $Minf = f(P_{k+1})$ و $MinP = P_{k+1}$.
۸- اگر شمارنده عدم پذیرش متغیرها بزرگ‌تر از یک دهم طول زنجیره مارکوف شده است بردار متغیر فعلی با بردار متغیر کمترین تابع انرژی یافت شده ($MinP$) جایگزین خواهد شد.

۹- افزایش یک واحدی شمارنده زنجیره مارکوف.

۱۰- اگر شمارنده زنجیره مارکوف از طول زنجیره مارکوف کمتر بود تکرار الگوریتم از مرحله ۳ و در غیر این صورت ادامه دادن الگوریتم.

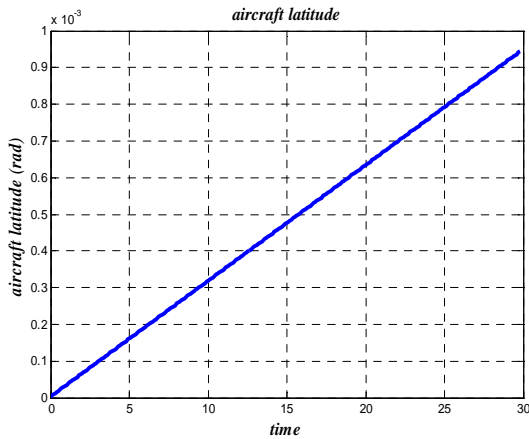
۱۱- بررسی شرایط انجماد (همگرایی) الگوریتم و توقف پروسه جستجو در صورت تحقق شرط انجماد.

۱۲- تغییر دما بر اساس تابع کاهش دما، تغییر شعاع همسایگی متناسب با ضریب کاهش شعاع همسایگی، صفر کردن شمارنده زنجیره مارکوف و شمارنده عدم پذیرش متغیرها و بازگشت به مرحله ۳.

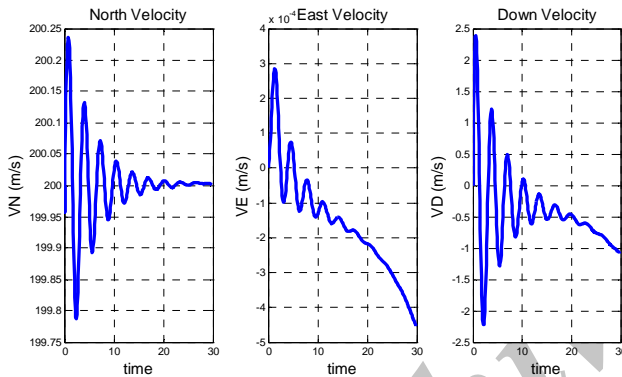
محاسبه گشتاورها و سرعت‌های دورانی مطلوب با استفاده از دینامیک معکوس

در معادله (۱۲)، رابطه بین مشتقات زوایای اوپلر با سرعت‌های دورانی هواپیما و خود زوایای اوپلر بیان شد. در اینجا با استفاده از روش دینامیک معکوس^{۲۱} و طراحی بهره^{۲۲} مناسب، سرعت‌های دورانی مورد نیاز برای رسیدن به زوایای اوپلر مطلوب محاسبه می‌شود. با استفاده از معادلات (۱۱) و به‌کارگیری مجدد روش دینامیک معکوس و طراحی بهره مناسب گشتاورهای مورد نیاز برای تولید سرعت‌های دورانی مطلوب به‌دست می‌آیند. این گشتاورها با انحراف مناسب سطوح کنترلی قابل تولید هستند. پس ما می‌خواهیم بدانیم برای به‌دست آوردن α و β مناسب هواپیما باید چه جهت‌گیری داشته و برای به‌دست آوردن این جهت‌گیری مناسب باید چه گشتاورهایی به وسیله اعمال شود. در نتیجه به این ترتیب گشتاورهای مطلوب با در نظر گرفتن تأثیرشان بر نیروها به‌دست می‌آید. با در دست داشتن این گشتاورها و با استفاده از α و β فعلی هواپیما می‌توانیم سه معادله بر حسب ضرایب آیرودینامیکی و سه مجهول δr ، δe و δa داشته باشیم که با حل این دستگاه δr ، δe و δa به‌دست خواهند آمد. در بخش‌های قبل δT با حل شش معادله و شش مجهول به همراه

در شکل ۳ تغییرات سرعت در دستگاه جغرافیای محلی نسبت به زمان مشاهده می‌شود.



شکل ۲- تغییرات عرض جغرافیایی نسبت به زمان



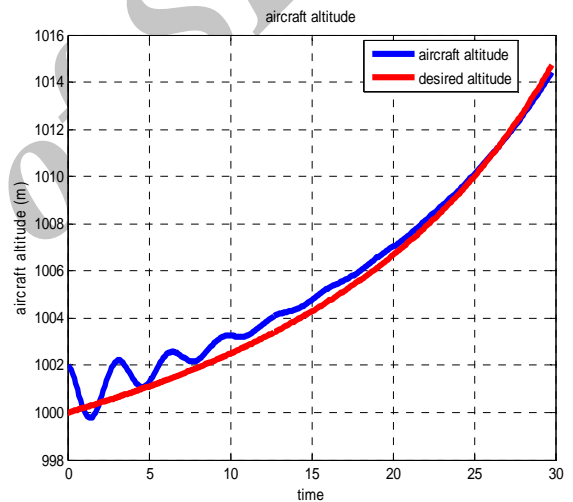
شکل ۳- تغییرات سرعت در جغرافیای محلی

نمودار سمت چپ در شکل ۳ نشان‌دهنده مؤلفه سرعت هواپیما به سمت شمال جغرافیایی است. الگوی مطلوب برای این مؤلفه سرعت برابر ۲۰۰ متر بر ثانیه تعریف شده است و سامانه کنترلی با اعمال دستورهای کنترلی مناسب این سرعت را ایجاد نموده است. نمودار وسط نشان‌دهنده سرعت به سمت شرق جغرافیایی بوده که به دلیل پدیده کریولیس تدریجاً به سمت مثبت میل کرده است. البته این مقدار این سرعت همانطور که در شکل دیده می‌شود ناچیز و در مرتبه 10^{-4} است. نمودار سمت راست نیز سرعت هواپیما را به سمت پایین نشان می‌دهد که به دلیل تبعیت از الگوی ارتفاع خواسته شده تدریجاً به سمت مقداری منفی میل می‌کند.

شکل ۴ نشان‌دهنده تغییرات در فرامین کنترلی است. این دستورات شامل انحراف سکان عمودی δr ، سکان افقی δe

محلی، همچنین موقعیت جغرافیایی پرنده بر مبنای طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع آن از سطح بیضی‌گون مبنا و سرعت-های دورانی وسیله در دستگاه بدنی در یک مسیر تعریف شده نمونه می‌باشند. به طور نمونه مسیر تعریف شده برای این هواپیما از نقطه‌ای با طول و عرض جغرافیایی صفر، یعنی محل تلاقی مدار استوا با نصف النهار گرینویچ، شروع می‌گردد. هدف آن است که هواپیما با اعمال دستورهای کنترلی مناسب الگوهای از پیش تعریف شده مورد نظر را که می‌تواند برای متغیرهای مختلف حالت بیان شود پیروی نماید. بدیهی است که این الگوها باید در محدوده قابلیت‌ها و توانایی‌های وسیله و در چارچوب پاکت پروازی آن باشد.

شکل ۱ تغییرات ارتفاع هواپیما را حول ارتفاع مطلوب تعریف شده نشان می‌دهد.



شکل ۱- تغییرات ارتفاع نسبت به زمان

همان‌طور که در شکل ۱ مشهود است دستورهای کنترلی اعمالی موجب شده است تا هواپیما الگوی از پیش تعریف شده تغییرات ارتفاع را پس از کمی نوسان حول حالت مطلوب دنبال کند. این الگو به طور نمونه می‌تواند بر مبنای رابطه زیر تعریف گردد:

$$h_d(t) = 1000 + \frac{10t}{50-t} \quad (28)$$

تغییرات عرض جغرافیایی هواپیما نسبت به زمان در شکل ۲ دیده می‌شود. از آنجایی که هواپیما به سمت شمال جغرافیایی در حال حرکت است بدیهی است که عرض جغرافیایی آن با زمان افزایش یابد که این مسئله در شکل ۲ دیده می‌شود.

جمع‌بندی

در این مقاله برای اولین بار، کاربردی عملی از الگوریتم جستجوی شبیه‌سازی حرارتی حالت خمیری در یک مسئله پیوسته در راستای طراحی سامانه بهینه هدایت خودکار ارائه شده است و سعی شده با کمترین ساده‌سازی‌های ممکن شرایطی بسیار نزدیک به شرایط واقعی شبیه‌سازی شود. این رویکرد موجب تولید سامانه‌ای چندمتغیره، غیرخطی و درگیر شده است که با وجود پیچیدگی‌های حاصل، قادر است سیاست کنترلی مناسب را برای پیروی پرنده از مسیر مطلوب ارائه کند. هم‌اکنون بهبود در نحوه عملکرد این روش و افزایش سرعت حل تا رسیدن به یک کنترل برخط و منطبق با زمان حقیقی در حال تحقیق و بررسی است؛ لیکن ایده مطرح‌شده در حکم یک روش کنترلی جدید با به‌کارگیری شیوه‌های متعدد و متنوع نو برای یک حل برون‌خط حلقه‌بسته برای اعمال بر یک سامانه چند متغیره غیرخطی ارائه شده است که نتایج آن با توجه به رویکرد طراحی و معادلات حاکم به واقعیت نزدیک است.

پی‌نوشت‌ها

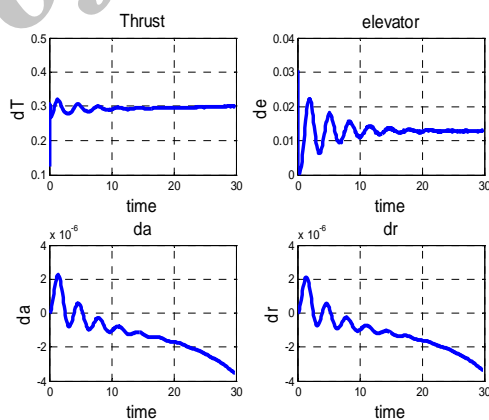
- 1 Instrument Landing System (ILS)
- 2 Unmanned Aerial Vehicles (UAV)
- 3 Receding Horizon Control (RHC)
- 4 Linear Quadratic Regulator (LQR)
- 5 Throttle
- 6 Muzzy State Simulated Annealing (MSSA)
- 7 Online
- 8 Pontryagin
- 9 Dynamic Programming
- 10 Offline
- 11 Fixed Horizon
- 12 Taylor series
- 13 Operating point
- 14 Equilibrium point
- 15 Jacobian
- 16 Semi-definite
- 17 Monte Carlo approach
- 18 Cooling Schedule
- 19 Mixed Discrete Problem
- 20 Complicated Nonlinearity problem
- 21 Dynamic Inversion
- 22 Gain

منابع و مراجع

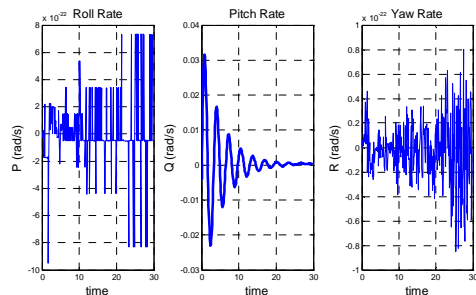
- [1] Shue, S.-P., & Agarwal, R. K. (1999). Design of automatic landing systems using mixed H_2/H_∞ control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 22(1), 103-114
- [2] Fujimori, A., Kurozumi, M., Nikiforuk, P. N., &

شهر δa و دسته گاز δT است. مقدار نشان داده شده در نمودار برای دسته گاز δT نمایانگر نسبت نیروی پیشران مورد نیاز به بیشینه نیروی تولیدی موتورها می‌باشد. این نیروی بیشینه در شرایط پروازی تعریف شده 100kN فرض شده است که همان طور که در شکل ۴ دیده می‌شود دسته گاز در حالتی در حدود ۰.۳ از حالت ماکزیمم خود پایدار شده و موتورها تقریباً نیرویی معادل 30kN تولید می‌کنند. در سه نمودار بعدی شکل ۴ تغییرات انحراف سطوح کنترلی برحسب رادیان و نسبت به زمان نمایش داده شده است.

شکل ۵ تغییرات سرعت‌های دورانی هواپیما را نسبت به زمان نشان می‌دهد. به دلیل اینکه در این عملیات هواپیما سعی دارد مسیر مستقیم خود را حفظ کند سرعت‌های دورانی حول محورهای طولی و قائم بسیار کوچک و عملاً صفر می‌باشند. در حالی که سرعت دورانی حول محور γ به دلیل جهت‌گیری مناسب برای تولید نیروی مطلوب و قرارگرفتن هواپیما در وضعیت مناسب، نوسانی است.



شکل ۴- تغییرات دستورهای کنترلی نسبت به زمان



شکل ۵- تغییرات سرعت‌های دورانی نسبت به زمان

- (1978) 479-481
- [17] Kwon W.H., S. Han, *Receding Horizon Control: Model Predictive Control for State Models*, Springer-Verlag, London, 2005
- [18] Kwon W.H., K.B. Kim, On stabilizing receding horizon controls for linear continuous time-invariant systems, *IEEE Trans. Automat. Control* 45 (7) (2000) 1329-1334
- [19] Richalet, A. Rault, J.L. Testud, J. Papon, Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes, *Automatica* 14 (5) (1978) 413-428
- [۲۰] خاکی صدیق، علی؛ اصول کنترل مدرن، انتشارات دانشگاه تهران، تهران، ویرایش اول، ۱۳۸۴
- [21] Donald E.K.; *Optimal Control Theory*, 1st Edition
- [22] Shojaee K., Shakouri H, Behnam M." Importance of the Initial Conditions and the Time Schedule in the Simulated Annealing: A Mushy State SA for TSP " in Book of Simulated Annealing, Theory with Applications, Edited by Rui Chibante, Sciyo, 2010, pp. 217-233
- [23] Metropolis N., A., Rosenbluth M., Rosenbluth A. Teller, E. Teller, "Equation of State Calculations by Fast Computing Machines," *J. Chem. Phy.*, vol.21, pp. 1087-1092, 1953
- [24] Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Jr., Vecchi M. P., "Optimization by Simulated Annealing", *SCIENCE*, Volume 220, Number 4598, pp. 671-680, 13 May 1983
- [25] Cerny V., "Thermodynamical Approach to the Traveling Salesman Problem: An Efficient Simulation Algorithm," *J. Opt. Theory Appl.*, vol.45, pp. 41-51, 1985
- [26] Pao D. C. W., S. P. Lam and A. S. Fong, "Parallel implementation of simulated annealing using transaction processing", *IEE Proc-Comput. Digit. Tech.*. Vol. 146, No. 2, pp. 107-113, March 1999
- [27] Dale R. Thompson, and Griff L. Bilbro, "Sample-Sort Simulated Annealing", *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART B: CYBERNETICS*, VOL. 35, NO. 3, pp. 625-632, JUNE 2005
- [28] Hao Chen, Nicholas S. Flann, and Daniel W. Watson, "Parallel Genetic Simulated Annealing: A Massively Parallel SIMD Algorithm", *IEEE TRANSACTIONS ON PARALLEL AND DISTRIBUTED SYSTEMS*, VOL. 9, NO. 2, pp.126-136, FEBRUARY 1998
- [29] Aarts E. and Korst J., "Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing", New York: Wiley, 1989
- [30] Titterton D. H. & Weston J. L.; *Strapdown Inertial Navigation Technology*, 2nd Edition, AIAA, 2004
- Gupta, M. M. (2000). Flight control design of an automatic landing fight experiment vehicle. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 23(2), 373-376
- [3] Boyle, D. P., & Chamitof, G. E. (1999). Autonomous maneuver tracking for self-piloted vehicles. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 22(1), 58-67
- [4] Kaminer, I., Pascoal, A., Hallberg, E., & Silvestre, C. (1998). Trajectory tracking for autonomous vehicles: An integrated approach to guidance and control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 21(1), 29-38
- [5] Wu, S.-F., Engelen, C. J. H., Babuska, R., Chu, Q.-P., & Mulder, J. A. (2003). Fuzzy logic based fill-envelope autonomous fight control for an atmospheric re-entry spacecraft. *Control Engineering Practice*, 11, 11-25
- [6] Marconi, L., Isidori, A., & Serrani, A. (2002). Autonomous vertical landing on an oscillating platform: An internal-model based approach. *Automatica*, 38(1), 21-32
- [7] Schultz, R. L. (1990). Three-dimensional trajectory optimization for aircraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 13(6), 936-943
- [8] Heymann, V. I., & Ben-Asher, J. Z. (1997). Aircraft trajectory optimization in the horizontal plane. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 20(6), 1271-1274
- [9] Jung, Y. C., & Hess, R. A. (1991). Precise flight-path control using a predictive algorithm. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 14(5), 936-942
- [10] Pontryagin L.S., Boltyanskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F., *The Mathematical Theory of Optimal Processes*, Gordon and Beach, New York, 1986
- [11] Anderson B.D.O., Moore J.B., *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*, Prentice-Hall International, London, 1989
- [12] Bryson A.E., Ho Y.C., *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control*, John Wiley & Sons, New York, 1975
- [13] Lewis F.L., Syrmos V.L., *Optimal Control*, John Wiley & Sons, New York, 1995
- [14] Kothare M.V., Balakrishnan V., Morari M., Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities, *Automatica* 32 (10) (1996) 1361-1379
- [15] Kwon W.H., Pearson A.E., A modified quadratic cost problem and feedback stabilization of a linear system, *IEEE Trans. Automat. Control* 22 (5) (1977) 838-842
- [16] W.H. Kwon, A.E. Pearson, On feedback stabilization of time-varying discrete linear systems, *IEEE Trans. Automat. Control* 23 (3)

- [31] Roskam J.; Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls, 3rd Edition, Design, Analysis and Research Corporation (DARcorporation), 2001

Archive of SID